

Der Beitrag der Satellitengeodäsie zur Erdmessung

Sigl, Rudolf

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 27, 1977,
S.193-226



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Der Beitrag der Satellitengeodäsie zur Erdmessung

Von Rudolf Sigl

Summary

After some remarks about the classical determination of the figure and the gravity field of the earth, the establishment of the geodetic world system is defined as the principal task of global geodesy (earth-measurement). Then some mathematical models for realization of the geodetic world system using terrestrial observations and the necessity of satellite observations for the determination of geocentric station coordinates and the gravity field are shown. After an introduction into satellite geodesy some geometric, dynamic and combined solutions are discussed.

Vorbemerkung

Am 4. Oktober 1957 wurde der erste künstliche Erdsatellit, SPUTNIK 1, gestartet. Heute, fast zwanzig Jahre später, ist es kaum noch möglich, die Zahl der inzwischen gestarteten Satelliten und die wissenschaftlichen und technischen Nutzenanwendungen anzugeben. Die Vorteile der Raumfahrt und -forschung in der Wetterkunde und im Nachrichtenwesen sind für jedermann sichtbar: Ohne Satellitenmeteorologie und ohne Nachrichtensatellitenverbindungen auszukommen, könnte man sich heute gar nicht mehr vorstellen. – Aber auch viele andere Disziplinen der Naturwissenschaften und Technik ziehen großen Nutzen aus der angewandten Raumfahrt, wie z.B. die Erforschung der Erde aus dem Weltraum. Sie kommt der ganzen Menschheit zugute, denken wir nur an die Erkundung neuer Rohstoffquellen, die Erschließung von Reserven zur vermehrten Nahrungsmittelproduktion, die Überwachung unserer Umwelt auf gefährliche Verschmutzungen u. a. m.

Um es gleich vorwegzunehmen, auch die Erdmessung hat durch die künstlichen Erdsatelliten Impulse erhalten: Über die damit möglichen neuen Wege zur Bestimmung von Gestalt, Größe und Schwerefeld der Erde und die Errichtung eines geodätischen Weltsystems soll nachfolgend berichtet werden.

1. Aufgabe, Methoden, Entwicklung und Stand der Erdmessung

1.1 Aufgabe, Methoden

Darüber ist viel gesagt und geschrieben worden (vgl. z. B. [8], [25], [28]), ich werde mich daher kurz fassen. Ausgehend von der Aufgabe der Geodäsie, die Erdfigur und das Erdschwerefeld im Ganzen und im Detail zu bestimmen, läßt sich die *Aufgabe der Erdmessung* als Bestimmung der *Großform von Figur und Schwerefeld der Erde* sowie der Dimensionen des mittleren Erdellipsoides formulieren.

Mathematisch gesehen liegt ein *Randwertproblem* vor, das eine geometrische (Erdfigur) und eine physikalische (Schwerefeld) Fragestellung enthält, die aber eng miteinander verknüpft sind: Figur- und Feldparameter sind aus auf und außerhalb der Erdoberfläche beobachteten Größen abzuleiten.

Unter *Erdfigur* verstehen wir die *physische* und die *mathematische* Erdoberfläche. Die *physische Erdoberfläche* ist die Trennfläche zwischen der festen bzw. flüssigen Erde (Wassermassen der Ozeane) gegenüber der Atmosphäre. Sie ist im Bereich der Kontinente unregelmäßig gestaltet, läßt sich durch keine einfache mathematische Beziehung erfassen, sondern muß vielmehr punktwise durch Lage- und Höhenangaben beschrieben werden. – Einfacher ist ihre Gestalt im Bereich der Wassermassen: Die Oberflächen der Ozeane sind (bei gewissen Vereinfachungen) Teile einer Niveaulfläche des Schwerepotentials der Erde; denkt man sich diese unter den Kontinenten fortgesetzt, so erhält man die *mathematische* (oder physikalische) *Erdfigur*, die nach LISTING als *Geoid* bezeichnet wird. Die Erdmessung schließt demnach die Bestimmung des Geoides ein.

Die „klassische“ Erdmessung wird nach der Art der benützten Beobachtungsgrößen in eine *astro-geodätische* und eine *gravimetrische Methode* unterschieden; die neueren Methoden der Erdmessung sind durch die *geometrische und dynamische Nutzung von Beobachtungen künstlicher Erdsatelliten* gekennzeichnet. Alle diese Methoden weisen unterschiedliche Vor- und Nachteile auf, so daß eine *Kombination* angezeigt ist.

1.2 Entwicklung, Stand

Die Entwicklung der Erdmessung ist bis zum Ende des vorigen Jahrhunderts durch die Verfahren der astro-geodätischen Ellipsoidbestimmung gekennzeichnet. Wenn diese Epoche auch eine Reihe von heute noch gültigen Theorien, Rechen- und Beobachtungsverfahren – erwähnt seien nur die Theorien von GAUSS, STOKES, HELMERT, die Ausgleichungsrechnung und die Triangulationen – und relativ gute Parameter für die Erdfigur hervorbrachte, so waren die geodätischen Fragestellungen und Arbeitsmethoden vergleichsweise einfach: Jedes Land, ob groß oder klein, konnte für seine Landesvermessung ein eigenes Koordinatensystem benützen und dafür praktisch jedes, nicht allzu fehlerhaftes Referenzellipsoid zugrundelegen. Das Geoid bzw. das Schwerfeld der Erde wurde nicht benötigt. – Erst im 20. Jahrhundert, das eine enorme Fortentwicklung der mathematischen Grundlagen, der geodätischen Beobachtungs- und Rechenverfahren brachte, gewann das Geoid an Bedeutung: Luft- und Seefahrt, später Raumfahrt und Raketentechnik stellten Anforderungen an die Geodäsie, die nur durch Zusammenschluß der getrennt bearbeiteten nationalen Koordinatensysteme gelöst werden konnten. So entstanden z.B. in den 50er Jahren durch gemeinsame Ausgleichung der europäischen Triangulation das „Europäische Datum 1950“, ebenso das Nordamerikanische Datum, insgesamt zehn geodätische Hauptsysteme.

Triangulationen liefern also kontinentale Netze, und in Verbindung mit ausreichenden astronomischen Beobachtungen auch die Geoidform mit hoher Genauigkeit. Nachteilig ist, daß diese astro-geodätische Methode auf die Kontinente beschränkt ist und die kontinentalen geodätischen Netze nicht miteinander verbunden sind, d.h. keinem weltweit einheitlichen Koordinatensystem angehören.

Man hat über Jahrzehnte hinweg versucht, die gravimetrische Methode für die Lösung dieses Problems einzusetzen, d. h. aus Schweremessungen das Geoid und damit auch geozentrische Koordinaten von Oberflächenpunkten abzuleiten. Theoretische Untersuchungen zeigen, daß die astro-geodätische und gravimetrische Methode grundsätzlich für die Lösung des genannten Problems ausreichen. Und doch ist festzustellen, daß die *Errichtung eines geodätischen Weltsystems* – auf diese zentrale Aufgabe der Erdmessung ist noch näher einzugehen – auf der Grundlage rein terrestrischer Beobachtungen wegen der ungenügenden Verteilung der Meßwerte von der erreichbaren Genauigkeit her unbefriedigend bleiben muß. Zum Beispiel weisen die Schwerewerte trotz aller Anstrengungen – Einsatz neuer Meßverfahren der See- und Luftgravimetrie, Entwicklung von Prädiktionsverfahren etc. – noch große Lücken auf. Heute ist erkennbar, daß nur die Satellitengeodäsie in der Lage ist, diese Lücken in der Meßwertverteilung zu schließen: Künstliche Erdsatelliten (und Raumsonden) bieten ein breites Spektrum an Meßmethoden und aufgrund der möglichen Vielfalt von Flugbahnen auch eine rasche räumliche Überdeckung des geodätisch interessanten Außenraumes. Freilich wird die Satellitengeodäsie in vielen Fällen nur den globalen Rahmen liefern, in den die Ergebnisse der astro-geodätischen und gravimetrischen Methode eingeordnet werden können; für die Verdichtung von Festpunktfeldern und die Bestimmung der Feinstruktur des Schwerefeldes bleiben die terrestrischen Verfahren weiterhin unentbehrlich.

Wenn von einem weltweit einheitlichen, nach Möglichkeit geozentrischen Koordinatensystem die Rede war, so soll sogleich klargestellt werden, daß es sich nicht nur darum handelt, die verschiedenen geodätischen Hauptsysteme miteinander zu verbinden. Gewiß, das ist ein Aspekt; es geht aber letzten Endes darum, alle Informationen, geometrische und physikalische Meßwerte, die bei Lage- und Höhennetzen, bei der astro-geodätischen und gravimetrischen Methode und in der Satellitengeodäsie anfallen, für die

2. Errichtung eines geodätischen Weltsystems als zentrale Aufgabe der Erdmessung

zu nutzen. Den obigen Bemerkungen zufolge ist ein geodätisches Weltsystem wesentlich weiter gefaßt zu verstehen als die mit dem Begriff des geodätischen Datums verbundene Festlegung eines geodätischen Koordinatensystems.

Ein geodätisches Datum umfaßt die Dimensionen eines Referenzellipsoides sowie Vereinbarungen für den Triangulierungshauptpunkt (Lotabweichung, Höhenlage etc.).

2.1 Definition

Ein geodätisches Weltsystem umfaßt nach moderner Auffassung folgende Komponenten:

1. Ein räumliches kartesisches Koordinatensystem, dessen Ursprung im Geozentrum liegt, dessen Z-Achse durch den mittleren Pol von 1900–1905 (CIO) bestimmt wird und dessen XZ-Ebene parallel zum mittleren Meridian Greenwich (entsprechend der

BIH-Definition) liegt. Im weiteren wird dieses System als *vereinbartes terrestrisches System* (S_{VT}) bezeichnet. – Vermarktet wird dieses System durch die geozentrischen Koordinaten einer (beschränkten) Zahl ausgewählter Punkte auf der Erdoberfläche (Abb. 1).

Nachdem derzeit die Satellitenmethode die genauesten geozentrischen Koordinaten liefert, werden diese Punkte bis auf weiteres Satellitenbeobachtungsstationen sein.

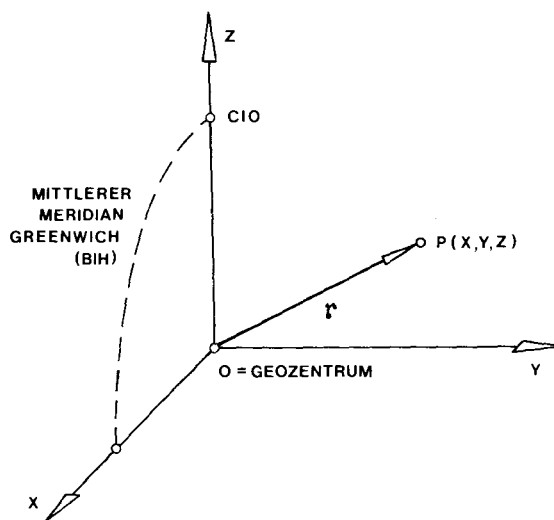


Abb. 1

Ein Punkt ist im System S_{VT} festgelegt durch den Vektor

$$\mathbf{r}_p = (X_p, Y_p, Z_p)^T. \quad (1)$$

2. Ein Satz von *Parametern zur Beschreibung des Schwerfeldes bzw. des Schwerepotentials* der Erde, gültig im System S_{VT} .

Da die Parameter des Schwerfeldes heute überwiegend aus der Analyse von Satellitenbahnen bestimmt werden und für die Theorie der Satellitenbahnen (bisher) fast ausschließlich die Kugelfunktionsentwicklung des Gravitationspotentials benutzt wird, werden die Koeffizienten dieser Entwicklung als Parameter benutzt. Dafür gilt bekanntlich (vgl. z. B. [9]).

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \frac{k^2 M}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n [\bar{C}_{n,m} \cos m \lambda + \bar{S}_{n,m} \sin m \lambda] \bar{P}_{n,m}(\cos \vartheta) \right\}$$

mit

(2)

k^2M : Gravitationskonstante mal Masse der Erde,
 a : Äquatorradius des mittleren Erdellipsoides,
 r, ϑ, λ : Polarkoordinaten (Distanz, Poldistanz und Länge) des Feldpunktes,

$\bar{P}_{n,m}(\cos \vartheta)$: zugeordnete, vollständig normierte LEGENDRE-Polynome,
 $\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$: Entwicklungskoeffizienten.

(2) läßt eine anschauliche Deutung zu: Es handelt sich um eine Art räumliche FOURIER-Analyse; die Koeffizienten $\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$ geben an, mit welchem Gewicht die einzelnen, durch die Kugelfunktionen repräsentierten „Elementarflächen“ in die Flächengleichung (2) eingehen.

Im System S_{VT} gilt, wenn der Ursprung im Geozentrum liegt und die Z-Achse mit der Achse des maximalen Hauptträgheitsmomentes zusammenfällt

$$\bar{C}_{1,0} = \bar{C}_{1,1} = \bar{S}_{1,1} = \bar{C}_{2,1} = \bar{S}_{2,1} = 0. \quad (3a)$$

Wird zu $V(r, \vartheta, \lambda)$ in (2) noch der Anteil des Zentrifugalpotentials addiert, so erhält man das Schwerepotential zu

$$W(r, \vartheta, \lambda) = V(r, \vartheta, \lambda) + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \vartheta, \quad (3b)$$

ω : Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation.

3. Das *mittlere Erdellipsoid*, dessen Parameter so zu wählen sind, daß es als geometrische *und* physikalische Referenzfigur (Niveauellipsoid) geeignet ist, werden in Übereinstimmung mit dem Gravitationspotential V festgelegt:

a : Große Halbachse (Äquatorradius, s. o.)

f : Abplattung, festgelegt durch $\bar{C}_{2,0}$ gemäß

$$\bar{C}_{2,0} = \left(-\frac{2}{3} f + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 a}{\gamma_A} + \frac{1}{3} f^2 - \frac{2}{21} f \frac{\omega^2 a}{\gamma_A}\right) \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad (3c)$$

γ_A : Normalschwere am Äquator.

Das Schwerepotential V_N in einem Oberflächenpunkt $Q(r_E, \vartheta)$ des mittleren Erdellipsoides (Niveauellipsoid) lautet dann (vgl. z. B. [9])

$$V_N(r_E, \vartheta) = \frac{k^2 M_N}{r_E} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^2 \left(\frac{a}{r_E}\right)^{2n} \bar{C}_{2n,0}^{(N)} \bar{P}_{2n,0}(\cos \vartheta) \right\} \quad (4a)$$

mit

M_N : Masse,

r_E : geozentrischer Abstand von Q ,

ϑ : Poldistanz (\approx Komplement der geodätischen Breite B).

Wird zu V_N noch der Anteil des Zentrifugalpotentials addiert, so erhält man das „Normalpotential“

$$U_N = V_N(r_E, \vartheta) + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \vartheta. \quad (4b)$$

U_N und die zugeordnete Normalschwere $\vec{\gamma} = \text{grad } U_N$ treten bei der Bestimmung von Geoidundulationen und Lotabweichungen aus Schwereanomalien auf.

Die Verwendung des mittleren Erdellipsoides als geometrische Bezugsfläche entspricht der eines der Referenzellipsoides. Dementsprechend gilt für den Zusammenhang zwischen den Koordianten X, Y, Z im System S_{VT} und den auf das mittlere Erdellipsoid bezogenen geodätischen Koordinaten B, L, \bar{H}

$$\begin{aligned} X &= (N + \bar{H}) \cos B \cos L, \\ Y &= (N + \bar{H}) \cos B \sin L, \\ Z &= (1 - e^2) (N + \bar{H}) \sin B \end{aligned} \quad (5)$$

B, L, \bar{H} : Geodätische Breite bzw. Länge, Ellipsoidhöhe,
 N : Querkrümmungsradius,
 e : Exzentrizität des mittleren Erdellipsoides.

Die *Bestimmung des geodätischen Weltsystems* läßt sich als Präzisierung der eingangs formulierten Aufgabe als die *zentrale Aufgabe der Erdmessung* bezeichnen. Diese Formulierung bietet nämlich zwei wesentliche Vorteile: Einmal wird deutlich, daß die Figur- und Feldparameter ein konsistentes System von Konstanten bilden müssen, die geometrische und physikalische Fragestellung also nicht isoliert betrachtet werden darf, und zum anderen ist es möglich, den Beitrag der verschiedenen Beobachtungen bzw. Methoden deutlich zu machen.

Im Sinne des gewählten Vortragsthemas wird im folgenden versucht, den Beitrag der astro-geodätischen und gravimetrischen Methode und an den dabei erkennbaren Mängeln die Notwendigkeit von Satellitenbeobachtungen aufzuzeigen.

Dies bedeutet zugleich eine Beschränkung: Aus verständlichen Gründen kann und soll auf die Möglichkeiten, Satellitenbeobachtungen zur Verbesserung geodätischer Netze oder zur Lösung geodynamischer Fragestellungen zu benützen, nicht eingegangen werden.

2.2 Realisierung

Natürlich ist es auch nicht annähernd möglich, hier alle Fragen der Realisierung, die von der Auswahl der Beobachtungen, über deren Verbindung mit den interessierenden Parametern bis hin zur Lösung des dabei entstehenden Gleichungssystems reichen, auch nur anzusprechen.

Zunächst ist davon auszugehen, jede Beobachtung, die zur Bestimmung der Parameter beitragen kann, mitzuberücksichtigen. Das so entstehende System von Bestimmungsgleichungen ist durch einige, aus der Definition des geodätischen Weltsystems folgende Bedingungen zu ergänzen. – Wie üblich wird man darauf achten, daß jede Beobachtung bzw. Beobachtungsgruppe eine maximale Information liefert und die verschiedenen Beobachtungen möglichst wenig miteinander korreliert sind.

2.2.1 Verfügbare Beobachtungen

Ausgehend vom aktuellen Stand der Beobachtungstechnik lassen sich folgende Beobachtungen bzw. Gruppen angeben (Tab. 1):

1. Geodätische Beobachtungen für Lage- und Höhennetze
a) Horizontalwinkel, Strecken,
b) Zenitdistanzen, trigonometrische Höhenunterschiede,
c) Astronomische Breiten, Längen, Azimute,
d) Nivellements
2. Physikalische Beobachtungen
a) Schwerewerte,
b) Schweregradienten
3. Beobachtungen künstlicher Erdsatelliten (und des Mondes)
a) Richtungen, Entfernungen,
b) Entfernungsänderungen,
c) Radar-Höhen (Altimetrie),
d) Schweregradienten im Raum (Gradiometrie)

Tab. 1

Dabei ist aber gleich anzumerken, daß in der Erdmessung terrestrische geodätische Beobachtungen in der Regel nicht als selbständige Größen, sondern in Form bearbeiteter Lage- und Höhennetze verwendet werden, d.h. es liegen geodätische Koordinaten (B , L) und Höhen H oder daraus abgeleitete kartesische Datumskoordinaten x , y , z vor. – Ebenso treten astronomisch beobachtete Breiten, Längen in Form von Lotabweichungen bzw. daraus gerechneter relativer Geoidhöhen auf. In ähnlicher Weise lassen sich für alle übrigen Beobachtungen „Bearbeitungen“ bzw. „abgeleitete Größen“ angeben; stark vereinfacht ergibt sich das in Tab. 2 angegebene Schema.

Schon jetzt zeichnet sich ab, daß in Kürze weitere terrestrische Beobachtungsgrößen verfügbar werden, wie z.B. genaue absolute Schwerewerte, genaue Richtungen (bzw. Entfernungen) mit Hilfe der VLBI-Methode; im Bereich der Satellitengeodäsie sind neben den in Tab. 1 angeführten Verfahren der Altimetrie und Gradiometrie die Satellite-zu-Satellite-Beobachtung und die Kurzbasis-Laserinterferometrie zu erwähnen.

2.2.2 Mathematische Modelle für einige Beobachtungen

Um die Notwendigkeit, die terrestrischen geodätischen Beobachtungen durch Satellitenbeobachtungen zu ergänzen, aufzeigen zu können, sollen im folgenden die mathematischen Modelle für zwei Beobachtungen bzw. Beobachtungsgruppen skizziert werden, nämlich für

Beobachtungsgröße	Bearbeitung	Abgeleitete Größen
Winkel, Strecken astron. Beob.	Lagenetz → (Geod. Koord. B, L)	Datumskoordinaten → x, y, z
Nivellements Zenitdistanzen	Höhennetz → (Meereshöhen H, Ellips. Höhen \bar{H})	
Astron. beob. Breiten, Längen	→ Lotabweichungen	→ Geoidhöhen N
Schweremessungen	→ Schwereanomalien usf.	→ Geoidundulationen ζ , Lotabweichungen (STOKES, VENING-MEINESZ)

Tab. 2

Lage- und Höhenetze sowie für Schwerewerte. Für das Modell zum *Lage- und Höhenetz* sei angenommen, es läge für jeden Punkt P der Vektor \mathbf{r}_P^D , gerechnet nach (Abb. 2)

$$\mathbf{r}_P^D = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + \bar{H}) \cos B \cos L \\ (N + \bar{H}) \cos B \sin L \\ (1 - e^2) (N + \bar{H}) \sin B \end{pmatrix} \quad (5)$$

vor, gültig für das durch das Ellipsoid E (a,a) festgelegte Datumssystem (S_D).

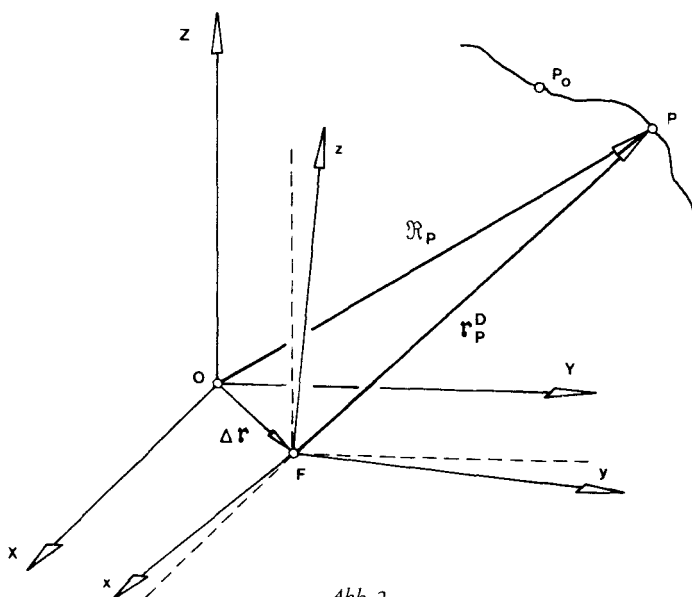


Abb. 2

Zur Klarstellung sei erwähnt, daß die Koordinaten x_p, y_p, z_p einer „nachträglichen dreidimensionalen Bearbeitung“ getrennt beobachteter Netze für Lage und Höhe entstammen.

Für den Übergang von Datumssystemen S_D zum vereinbarten terrestrischen System S_{VT} läßt sich schreiben (Abb. 2)

$$\mathbf{R}_p = \Delta \mathbf{r} + \mathbf{r}_{p_0}^D + \mathbf{M} (\mathbf{r}_p^D - \mathbf{r}_{p_0}^D) + \varepsilon (\mathbf{r}_p^D - \mathbf{r}_{p_0}^D) \quad (6a)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_p &= (X_p, Y_p, Z_p)^T: \text{Lage von P im System } S_{VT}, \\ \mathbf{r}_p^D &= (x_p, y_p, z_p)^T: \text{Lage von P im System } S_D, \\ \mathbf{r}_{p_0}^D &= (x_0, y_0, z_0)^T: \text{Lage des als Drehpunkt benützten Fundamentalpunktes } P_0, \\ \Delta \mathbf{r} &= (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T: \text{Lage des Figurenmittelpunktes F von E(a, a) im System } S_{VT}, \\ \mathbf{M} &: 3 \times 3\text{-Drehmatrix,} \\ \varepsilon &: \text{Maßstabsfaktor.} \end{aligned}$$

Benützt man für die Parallelstellung von S_D zu S_{VT} als Drehwinkel $d\xi, d\eta, dA$ (meridionale, longitudinale und azimutale Komponente der Lotabweichung in P_0) und setzt $\Delta \mathbf{r} = -\Delta \mathbf{r}_1 - \Delta \mathbf{r}_2$, wobei $\Delta \mathbf{r}_1 = (\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1)^T$ der Abhängigkeit von den Vereinbarungen in P_0 und

$$\Delta \mathbf{r}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}_p^D}{\partial a} da + \frac{\partial \mathbf{r}_p^D}{\partial f} df \quad (6b)$$

der Abhängigkeit des Vektors $\Delta \mathbf{r}$ von den Änderungen der Parameter a, f des Datums-ellipsoides Rechnung trägt, so erhält man, wenn noch Näherungen X_p^0, Y_p^0, Z_p^0 für die geozentrischen Stationskoordinaten von P eingeführt werden, Verbesserungsgleichungen der Form: *

$$\begin{aligned} & dX_p + \Delta x_1 - \varepsilon (x_p - x_0) - [\sin B_0 (y_p - y_0) - \cos B_0 \sin L_0 (z_p - z_0) dA] \\ & + \cos L_0 (z_p - z_0) d\xi + [\cos B_0 (y_p - y_0) + \sin B_0 \cos L_0 (z_p - z_0) d\eta] \\ & + \cos B_0 \cos L_0 \frac{da}{W_0} - \frac{3\sqrt{5}}{2W_0^3} (1-f) a \sin^2 B_0 \cos B_0 \cos L_0 d\bar{C}_{2.0} \\ & = x_p - X_p^0 + v_x. \end{aligned} \quad (7a)$$

Da die Abplattung im geodätischen Weltsystem durch die zonale Kugelfunktion zweiter Ordnung $\bar{C}_{2.0}$ festgelegt ist, wurde df in (7a) durch $d\bar{C}_{2.0}$ ersetzt; aus (3b) findet man

$$df = -\frac{3}{2} \sqrt{5} (1-f - \frac{\omega^2 a}{\gamma_A}) d\bar{C}_{2.0}. \quad (7b)$$

Entsprechende Ausdrücke ergeben sich für die Koordinaten Y und Z. – Stehen m Stationen $P_1 \dots P_m$ zur Verfügung, so lassen sich insgesamt $3m$ Verbesserungsgleichungen

* W bedeutet hier nicht das Schwerepotential, sondern die Hilfsfunktion $W = \sqrt{1-e^2} \sin^2 B$, mit e = numerische Exzentrizität.

gen aufstellen; gehören alle Punkte demselben Datum S_D an, so treten als Unbekannte die Größen

$$\begin{aligned} dX_1, dY_1, dZ_1; \dots dX_m, dY_m, dZ_m: & \quad 3m \text{ Koordinatenverbesserungen} \\ \Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1; \epsilon, d\xi, d\eta, dA; da, d\bar{C}_{2,0}: & \quad 9 \text{ Transformationsparameter,} \end{aligned} \quad (8)$$

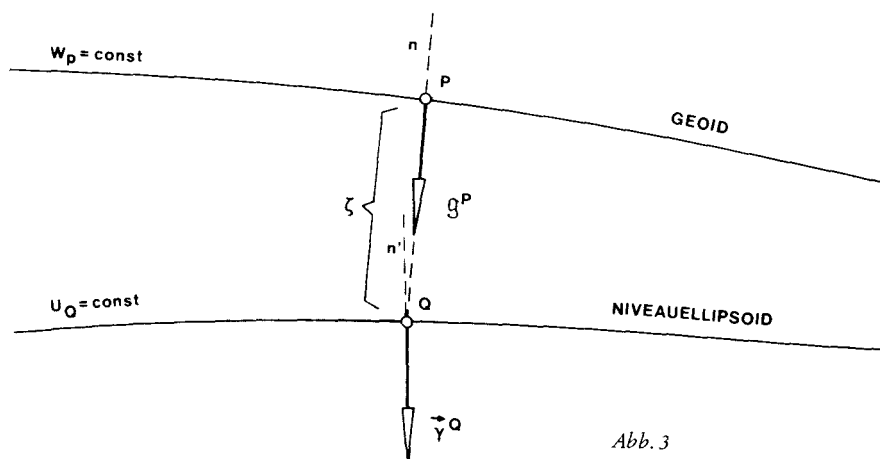
insgesamt also $3m + 9$ Unbekannte auf. Da nur $3m$ Verbesserungsgleichungen aufgestellt werden können, ist das daraus gebildete Normalgleichungssystem singulär, d.h. die Aufgabe ist nicht lösbar. Damit wird deutlich, daß die Überführung von Datumskoordinaten in geozentrische Koordinaten allein mit Hilfe der Triangulationsergebnisse nicht möglich ist. – Liegen aus Satellitenbeobachtungen wenigstens für $i \geq 3$ Stationen geozentrische Koordinaten vor, so können aus $3i \geq 9$ Verbesserungsgleichungen die Transformationsparameter bestimmt und die restlichen $(m - i)$ Punkte gemäß (7) transformiert werden.

Ohne auf weitere Einzelheiten der Lösung des Problems einzugehen (vgl. z. B. [3], [14], [26]), sei herausgestellt, daß für die *Überführung von Datumskoordinaten in das geodätische Weltsystem Satellitenbeobachtungen erforderlich sind*. – Schließlich hat man der Definition in 2.1 noch eine 4. Komponente anzufügen, d.h. für jedes geodätische Hauptsystem einen Satz von Transformationsparametern gemäß (6 a).

Natürlich gehören zu diesem geodätischen Weltsystem mit seinen vier Komponenten auch Genauigkeitsangaben (mittlere Fehler und Korrelationsmatrix sämtlicher Parameter) sowie ein Katalog der für den Aufbau des Systems benützten Theorien.

Als zweites Beispiel sei die *Verarbeitung von Schwerewerten* skizziert. Schwerewerte bzw. Schwereanomalien als das wichtigste Element der gravimetrischen Methode der physikalischen Geodäsie – erinnert sei nur an die Bestimmung von Geoidundulationen bzw. Lotabweichungen nach den Formeln von STOKES bzw. VENING-MEINESZ – können auch für die *Bestimmung des globalen Schwerfeldes* (2. Komponente des geodätischen Weltsystems) benützt werden.

Wir verbinden dazu die Schwereanomalien (vgl. Abb. 3)



$$\Delta g = g^P - \gamma^Q \quad (9)$$

mit

$g^P = |\mathbf{g}^P|$: beobachtete bzw. reduzierte Schwere im Geoidpunkt P,

$\gamma^Q = |\bar{\gamma}^Q| = \text{grad } U_N^Q$: Normalschwere in Q,

mit Hilfe der Kugelfunktionsentwicklung (2) mit dem Schwerefeld der Erde.

Ein anderer Weg bestünde z. B. darin, die aus Δg -Werten nach VENING-MEINESZ abgeleiteten (gravimetrischen) Lotabweichungen mit astro-geodätischen Lotabweichungen zu verknüpfen. – In beiden Fällen sind die Werte g^P als Randwerte zu verstehen.

Wir bilden dazu zunächst die wahre Anomalie

$$(A) \quad g^P - \gamma^P = - \left(\frac{\partial W^P}{\partial n} - \frac{\partial U_N^P}{\partial n'} \right) \approx - \left(\frac{\partial W^P}{\partial n} - \frac{\partial U_N^P}{\partial n} \right) = - \frac{\partial T^P}{\partial n},$$

worin $T^P = W^P - U_N^P$, das sog. Störpotential bedeutet.

Setzt man für γ^P die TAYLORentwicklung von γ in Q an, wobei $\zeta = \overline{QP}$ die Geoidundulation bedeutet,

$$\gamma^P = \gamma^Q + \frac{\partial \gamma}{\partial n} \zeta,$$

so erhält man die scheinbare Anomalie Δg nach (9) zu

$$(B) \quad \Delta g = g^P - \gamma^Q = - \frac{\partial T^P}{\partial n} + \frac{\partial \gamma}{\partial n} \zeta.$$

Als nächstes schreiben wir für das Störpotential T^P mit (2) und (4 a)

$$(C) \quad T^P = W^P - U_N^P = V^P - V_N^P$$

und bringen es mit der TAYLORentwicklung

$$V_N^P = V_N^Q + \frac{\partial V_N^Q}{\partial n'} \zeta \approx V_N^Q - \gamma^Q \zeta$$

in die Form

$$(D) \quad T^P = V^P - V_N^Q + \gamma^Q \zeta.$$

Nach der Geoidundulation ζ aufgelöst erhält man aus (D)

$$(E) \quad \zeta = \frac{T^P}{\gamma^Q} + \frac{V_N^Q - V^P}{\gamma^Q}.$$

(E) geht für $V_N^Q = V^P$ in das Theorem von BRUNS über. Drückt man jetzt in (B) ζ durch (E) aus, so lautet die Schwereanomalie

$$(F) \quad \Delta g = g^P - \gamma^Q = -\frac{\partial T^P}{\partial n} + \frac{1}{\gamma^Q} T^P - \frac{1}{\gamma^Q} (V^P - V_N^Q).$$

Mit den sphärischen Näherungen

$$\gamma_Q \approx \bar{\gamma} = \frac{k^2 M}{R^2}, \quad \frac{\partial \gamma^Q}{\partial n} \approx \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial n} = -\frac{2k^2 M}{R^3}, \quad \frac{1}{\bar{\gamma}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial R} \approx -\frac{2}{R}$$

wird daraus, wenn noch $\frac{\partial}{\partial n} \approx \frac{\partial}{\partial R}$ gesetzt wird,

$$(G) \quad \Delta g = -\frac{\partial T^P}{\partial R} - \frac{2}{R} T^P + \frac{2}{R} (V^P - V_N^Q).$$

Drückt man das Störpotential T^P mit Hilfe der Kugelfunktionsentwicklungen (2) bzw. (4a) für V^P bzw. V_N^Q in der Form

$$(H) \quad T^P = \frac{k^2 (M - M_N)}{r} + \frac{k^2 M}{r} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_n}{r} \right)^n [\Delta \bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda] \bar{P}_{n,m} \right\}$$

aus, mit

$$\begin{aligned} \Delta \bar{C}_{2,0} &= \bar{C}_{2,0} - \bar{C}_{2,0}^{(N)}, \\ \Delta \bar{C}_{4,0} &= \bar{C}_{4,0} - \bar{C}_{4,0}^{(N)}, \\ \Delta \bar{C}_{n,m} &= \bar{C}_{n,m} \\ \Delta \bar{S}_{n,m} &= \bar{S}_{n,m} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta \bar{C}_{2,0} \\ \Delta \bar{C}_{4,0} \\ \Delta \bar{C}_{n,m} \\ \Delta \bar{S}_{n,m} \end{aligned}} \right\} \text{ für } \begin{aligned} m &= 0, n = 3, n > 4, \\ m &\neq 0, n \geq 2, \end{aligned}$$

und bildet mit $r = R$ die Terme $-\frac{\partial T^P}{\partial R}$ und $-\frac{2}{R} T^P$ in (G), so erhält man für Δg die Reihe

$$\Delta g = \Delta g_0 - \bar{\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda) \bar{P}_{n,m} \quad (10)$$

mit

$$\Delta g_0 = -\frac{k^2 (M - M_N)}{R^2} + \frac{2}{R} (V - V_N).$$

Liegen Schwereanomalien $\Delta g(\vartheta, \lambda)$ über die ganze (als Kugel angenommene) Erde vor, dann lassen sich die Funktionswerte $\Delta g(\vartheta, \lambda)$ wie jede andere auf der Kugel gegebene Funktion $f(\vartheta, \lambda)$ in Reihe nach Kugelfunktionen gemäß

$$(I) \quad \Delta g(\vartheta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{n,m} \cos m\lambda + \bar{b}_{n,m} \sin m\lambda) \bar{P}_{n,m}$$

entwickeln, wobei sich die Entwicklungskoeffizienten in bekannter Weise auf Grund der Orthogonalitätsrelationen ergeben zu

$$\begin{aligned}\bar{a}_{n,m} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \Delta g(\vartheta, \lambda) \bar{P}_{n,m} \cos m\lambda \, d\Sigma, \\ \bar{b}_{n,m} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \Delta g(\vartheta, \lambda) \bar{P}_{n,m} \sin m\lambda \, d\Sigma,\end{aligned}\quad (11)$$

wobei Σ für die Oberfläche der Erde steht. – Sind die Koeffizienten $\bar{a}_{n,m}$ und $\bar{b}_{n,m}$ bekannt, so lassen sich, wie ein Koeffizientenvergleich für die Entwicklungen (10) und (11) zeigt, auch die *Entwicklungskoeffizienten des Störpotentials* bestimmen

$$\Delta \bar{C}_{n,m} = -\frac{\bar{a}_{n,m}}{\bar{\gamma}(n-1)}, \quad \Delta \bar{S}_{n,m} = -\frac{\bar{b}_{n,m}}{\bar{\gamma}(n-1)},$$

und nach (H) auch die gesuchten *Parameter des Gravitationsfeldes*:

$$\begin{aligned}\bar{C}_{n,0} &= \bar{C}_{n,0}^{(N)} - \frac{\bar{a}_{n,0}}{\bar{\gamma}(n-1)} && \text{für } n = 2, 4, \\ \left. \begin{aligned}\bar{C}_{n,m} &= -\frac{\bar{a}_{n,m}}{\bar{\gamma}(n-1)} \\ \bar{S}_{n,m} &= -\frac{\bar{b}_{n,m}}{\bar{\gamma}(n-1)}\end{aligned} \right\} && \text{für } \begin{cases} m = 0, n = 3, n > 4 \\ m \neq 0, n \geq 2. \end{cases}\end{aligned}\quad (12)$$

Wegen des Faktors $(n-1)$ fällt der Term für $n = 1$ heraus und der Term für $n = 0$ der Anomalienentwicklung ergibt

$$(K) \quad \bar{a}_{0,0} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \Delta g \, d\Sigma = \Delta g_0,$$

d. h. Δg_0 stellt eine mittlere Schwereanomalie über die gesamte Erdoberfläche dar.

Die obige Entwicklung kann für die praktische Anwendung im Sinne der NEUMANN'schen Methode modifiziert werden, d. h. man kann die Doppelintegrale durch doppelte Summen ersetzen und auf $2n+1$ Parallelkreisen $\vartheta = \text{const.}$ jeweils $2n$ in Länge λ äquidistant verteilte Werte $\Delta g(\vartheta, \lambda)$ einführen.

Damit ist das *Modell für die Bestimmung des Gravitationsfeldes aus Schwereanomalien* skizziert. Zur praktischen Anwendung ist zu sagen, daß heute zwar eine große Zahl von Schwerewerten verfügbar ist, in weiten Teilen der Erde, insbesondere im Bereich der Ozeane, aber nur vereinzelte oder keine Beobachtungen vorliegen. Eine Bestimmung der Feldparameter im Sinne der obigen Modelle ist daher nicht möglich; es bleibt nur der Weg, die Parameter $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$ durch Ausgleichung aus lückenhaften Beobachtungen zu bestimmen, wobei (10) als *Bestimmungsgleichung* dienen kann.

Die Frage ist, was läßt sich damit erreichen, insbesondere, welchen Entwicklungsgrad $n = N_{\max}$ erhält man dabei? Ohne auf Einzelheiten einzugehen sei erwähnt: Die Struktur des Anomalienfeldes in Länge wird durch die Terme $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$ (für $m \neq 0$) erfaßt. Formal erfaßt ein Term der Ordnung m einen Längenbereich $\Delta\lambda = 180^\circ/m$; da N_{\max} gleich der höchsten Ordnung m wird, läßt sich die Faustregel

$$N_{\max} = 180^\circ / \Delta\lambda \quad (13)$$

angeben, wenn $\Delta\lambda$ die Längenausdehnung der zur Verarbeitung der Δg -Werte gebildeten Kompartimente bedeutet.

Ebenso wie bei der Geoidbestimmung nach STOKES benützt man nicht Δg -Werte in diskreten Punkten, sondern führt geglättete Werte ein, d. h. Mittelwerte für Kompartimente von $10^\circ \times 10^\circ$ oder $5^\circ \times 5^\circ$ Ausschlag. Die Glättung kann durch einfache Mittelbildung oder Kugelfunktionsentwicklung der in einem Kompartiment vorhandenen Werte erfolgen.

Die Faustregel (13) gilt freilich nur formal; nicht erfaßt sind dabei die durch die Mittelbildung, insbesondere aber durch die Lücken im Beobachtungsmaterial verursachten Fehler. Dies gilt insbesondere für die höheren Harmonischen, deren Fehler für $n = 15$ bei etwa 80% der Werte selbst liegen können.

Hat man die Schwereanomalien in Reihe nach Kugelfunktionen entwickelt, d. h. sind die Entwicklungskoeffizienten $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$ bekannt, so lassen sich nach einer kleinen Umformung auch die *Geoidundulationen* bestimmen. Aus (E) folgt, wenn T^P nach (H) eingeführt und $a_e = r$ jetzt wird:

$$(L) \quad \zeta(r, \vartheta, \lambda) = k^2 \frac{(M - M_N)}{r\gamma^Q} + \frac{V_N^Q - V^P}{\gamma^Q} + \\ + \frac{k^2 M}{r\gamma^Q} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n [\Delta \bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda] \bar{P}_{n,m} \right\}.$$

Mit $r = R$ und der genäherten Normalschwere $\gamma^Q \approx \bar{\gamma} = \frac{k^2 M}{R^2}$ ergibt sich daraus mit $V_N^Q = V^P$ bzw. $U_N^Q = W^P$ und $M = M_N$

$$\zeta(R, \vartheta, \lambda) = R \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda) \bar{P}_{n,m}. \quad (14)$$

(14) ist äquivalent zu der üblicherweise in der Form

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} \Delta g S(\psi) d\Sigma$$

geschriebenen Integralformel von STOKES.

Lösungen für das Gravitationsfeld dieser Art wurden mehrfach ausgeführt, wie z. B. von KAULA und UOTILA (vgl. [11], [29]); die Lösung von UOTILA z. B. entspricht einer Kugelfunktionsentwicklung vom Grad $n = 4$.

Die Resultate differieren teilweise erheblich, was hauptsächlich auf die unterschiedliche Bearbeitung des lückenhaften Beobachtungsmaterials zurückzuführen ist.

Damit wird aber deutlich, daß die *gravimetrische Methode* wegen des unvollständigen Beobachtungsmaterials für eine globale Bestimmung des Schwerfeldes der Erde *nur bedingt geeignet* ist. Auch hier hat die dynamische Nutzung künstlicher Erdsatelliten erhebliche Fortschritte gebracht.

Auf die Einbeziehung der weiteren in 2.2.1 genannten Beobachtungen in ein geodätisches Weltsystem soll hier ebenso wenig wie auf die Lösung des gesamten Systems von Bestimmungsgleichungen und die dabei auftretenden Bedingungen eingegangen

werden. Ziel war ja nur, an Hand zweier Beispiele, der Transformation von Datumskoordinaten und der Bestimmung des Gravitationsfeldes die Notwendigkeit der Satellitengeodäsie aufzuzeigen.

Hinsichtlich der Modelle für die Einbeziehung astro-geodätischer Lotabweichungen bzw. daraus abgeleiteter Geoidhöhen und der in der Bearbeitung des Gesamtsystems auftretenden Bedingungen vgl. z. B. [3].

3. Satellitengeodäsie, Beitrag zur Erdmessung

3.1 Methodenüberblick, Entwicklung

Der Zugang zu den *Methoden der Satellitengeodäsie* gelingt am einfachsten auf folgende Weise: Ein künstlicher Erdsatellit kann als *Hochziel* betrachtet, d.h. von der Erde aus durch Richtungen und Entfernung eingemessen werden. Auf geometrischem Wege läßt sich damit z. B. ein *Erdpolyeder als Approximation für die Großform der Erde* („BRUNS'scher Käfig“) bestimmen; man spricht dabei von der *geometrischen Nutzung*.

Ein künstlicher Erdsatellit kann aber auch als *Meßkörper (Sensor) in einem natürlichen Kraftfeld* angesehen werden, das als dominierende Komponente die *Gravitation der Erde* enthält. Die *Analyse der aus Beobachtungen bestimmten Flugbahn des Satelliten* muß also *Rückschlüsse auf das Gravitationsfeld der Erde* zulassen (dynamische Nutzung).

Die *Entwicklung der Satellitengeodäsie* ist stürmisch verlaufen: Die Analyse der Bahn des 1958 gestarteten amerikanischen Satelliten Vanguard I ergab eine Asymmetrie des Erdschwerefeldes bezüglich des Äquators. Diese Erkenntnis führte seinerzeit zum Schlagwort von der *Birnenform der Erde*. Freilich war dies wenig zutreffend: Die Deformation des globalen Geoides an den Polen erreicht nur etwa 20 m, also rund ein Tausendstel der Halbachsendifferenz des mittleren Erdellipsoides. Die Großform der Erde wird also wie bisher am besten durch ein Rotationsellipsoid beschrieben.

Heute, rund zwanzig Jahre später, liegen mehrere aus Satellitenbeobachtungen abgeleitete *Standarderden* vor, d.h. *geozentrische Koordinaten für die dabei benützten Beobachtungsstationen, Modelle für das Schwerefeld der Erde und Parameter für das mittlere Erdellipsoid*, also *Approximationen für drei Komponenten des geodätischen Weltsystems*.

Neben diesen Ergebnissen der dynamischen Nutzung ist ein nach der geometrischen Methode erstelltes maßstabsgetreues *Erdpolyeder* zu erwähnen.

Als Höhepunkt der bisherigen Entwicklung wird übereinstimmend die seit 1975 mit dem Satelliten GEOS III mögliche Radar-Flughöhenmessung angesehen, die eine Erfassung der geometrischen Ozeanoberfläche und damit – zumindest genähert – eine Bestimmung des Geoides im Bereich der Weltmeere ermöglicht.

Im Grunde fällt der Beginn der Satellitengeodäsie nicht in die 60er Jahre, sondern etwa auf den Anfang unseres Jahrhunderts: Schon zu dieser Zeit hat man nämlich daran gedacht, aus der Bewegung des Erdmondes Figur- und Feldparameter der Erde abzuleiten. Erinnert sei nur daran, daß z.B. die zeitliche Änderung $\dot{\Omega}$ der Länge Ω des Mondknotens zur Bestimmung der zweiten zonalen Harmonischen des Gravitationsfeldes bzw. der Abplattung f benützt werden kann, womit die Grundidee der dynamischen Nutzung von

Erdsatelliten angesprochen ist. – Nicht unerwähnt bleiben sollen auch die Möglichkeiten, aus Mond-entfernungen die Dimensionen des mittleren Erdellipsoides bzw. die Größe k^2M zu bestimmen.

Um die *Arbeitsweise der Satellitengeodäsie* zu skizzieren, ist wenigstens kurz auch auf

3.2 Satellitenbeobachtung, geodätisch nutzbare Satelliten

einzu-gehen.

Zunächst zur *Satellitenbeobachtung*: Der Beobachtung zugänglich sind der topo-zentrische Ortsvektor \vec{s} (Abb. 4)

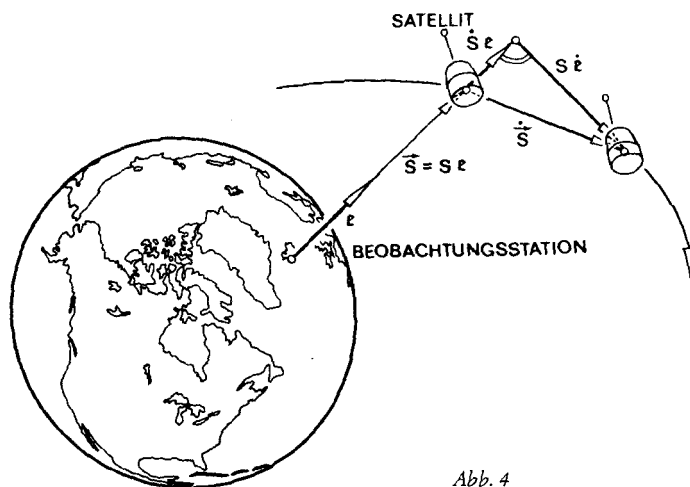


Abb. 4

$$\vec{s} = s \vec{e}, \quad (15)$$

mit s : Entfernung
 \vec{e} : Richtungseinheitsvektor

und die Entfernungsänderung \dot{s} im topozentrischen Geschwindigkeitsvektor

$$\dot{\vec{s}} = \dot{s} \vec{e} + s \dot{\vec{e}}. \quad (16)$$

Zu messen sind also Richtungen, Entfernungen und Entfernungsänderungen (Doppler-Frequenzverschiebungen).

Zu bemerken ist, daß die Größen \vec{e} , s , \dot{s} häufig kombiniert beobachtet werden. – Neben der Beobachtung von Bodenstationen aus wird heute teilweise auch von Satellit zu Satellit beobachtet (Satellite to Satellite Tracking), wie z.B. zwischen GEOS III und ATS/6. Mit GEOS III ist, wie schon erwähnt, erstmals auch eine Flughöhenmessung möglich geworden.

Lassen Sie mich die verschiedenen *Beobachtungen* wenigstens kurz erläutern.

Richtungsmessungen: Ziel ist, die Richtung zum Satelliten in einem raum- oder erdfesten Äquatorsystem festzulegen.

Aus Gründen der Genauigkeit wird heute für geodätische Zwecke (fast ausschließlich) die *optisch-photographische Methode* angewendet. Dabei wird der Satellit (Lichtblitz, reflektiertes Sonnenlicht bzw. Laserecho) samt dem Sternhintergrund photographiert. Erfolgt die Aufnahme zur Zeit T , so sind die Sternörter der „Anhaltesterne $S_i(\alpha_i, \delta_i)$ “ bekannt (Entnahme von Rektaszension α_i und Deklination δ_i aus den Sternkatalogen) und die Richtung zum Satelliten, repräsentiert durch seinen Ort $S(\alpha, \delta)$, kann aus den gemessenen Bildkoordinaten durch Interpolation (bzw. Ausgleichung) bestimmt werden.

Ergänzung: Nach Entwicklung der Aufnahme und Identifizierung der Sterne werden an einem Präzisionskomparator die Bildkoordinaten gemessen (Genauigkeit $\pm 1...2 \mu\text{m}$). – Für die Ableitung der Raumrichtung α, δ zum Satelliten sind zwei Verfahren üblich: Beim *photogrammetrischen Verfahren* wird das Aufnahmestrahlenbündel durch die Bestimmung der Orientierung der Kammer wiederhergestellt. – Beim *astronomischen Verfahren* werden die äquatorialen Koordinaten des Fixsterns in ebene Koordinaten transformiert und mit den gemessenen Bildkoordinaten affin verknüpft (vgl. z. B. [13]).

Die Genauigkeit der so gewonnenen topozentrischen Richtung liegt bei etwa $\pm 0,2''$ bis $1''$.

Wegen der großen Bahngeschwindigkeit der Satelliten ist die Festlegung des Aufnahmezeitpunktes mit hoher Genauigkeit (besser als 1 ms) erforderlich, wofür Atomuhren notwendig sind.

Auf geodätischen Satellitenbeobachtungsstationen findet man in der Hauptsache zwei Typen von *Aufnahmekammern*, die sich insbesondere in der *Montierung* unterscheiden: Die *ballistische Kammer*, die sich im Horizontalsystem bewegen läßt und die *astronomische Kammer*, die parallaktisch montiert (Stunden- und Deklinationsachse) ist, sich im Äquatorialsystem bewegt und der Sternbewegung nachgeführt werden kann. Beide Kammern sind mit Spezialverschlüssen ausgestattet, um die Satellitenspur in punkt- oder strichförmige Bilder zu zerlegen.

Entfernungsmessung: Ebenso wie bei den terrestrischen Verfahren ist zwischen Verfahren mit (Laser)-Licht und Mikrowellenverfahren zu unterscheiden. Bei der Laserentfernungsmessung wird die Laufzeit t eines Laserimpulses über den Weg Sender (Beobachtungsort) – Reflektor (Satellit) und zurück gemessen. Die topozentrische Entfernung s ergibt sich dann in bekannter Weise aus

$$s = c \frac{t}{2}, \quad (17)$$

mit c = Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Ergänzung: (17) bedarf natürlich noch einer Verfeinerung: Ist T' die Sendezeit des Impulses, t die Zeit von der Aussendung des Impulses bis zum Empfang des am Satelliten reflektierten Impulses (Echo), so gilt für die auf den Zeitpunkt $T_0 = T' + t/2$ der Reflektion am Satelliten bezogene Entfernung s (vgl. z. B. [16])

$$s = c \frac{t}{2} + \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$$

mit Δs_1 = Kalibrierungskonstante,
 Δs_2 = Zentrierungskorrektur,
 Δs_3 = Refraktionskorrektur.

Lag die Genauigkeit der bisher eingesetzten Laserentfernungsmessanlagen (1. bzw. 2. Generation) bei etwa einem Meter, so lassen sich bei neueren Geräten (3. Generation) Genauigkeiten von einem Dezimeter (und besser) erwarten. Maßgebend dafür war die Entwicklung des sog. Neodym-YAG-Lasers.

Dabei handelt es sich um einen Festkörperlaser, einen mit Neodymium dotierten Yttrium-Aluminium Granatkristall. – Eine Entfernungsmessanlage mit diesem neuen Laser, entwickelt von der Fa. SYLVANIA/Kalifornien, mit einer Reichweite von etwa 20 000 km und einer Genauigkeit von etwa 1 dm, wurde vor kurzem auf der Satellitenbeobachtungsstation Wettzell des SFB 78 in Betrieb genommen (vgl. z.B. [17]).

Diese hohe Streckenmeßgenauigkeit ist aber nur erreichbar und sinnvoll, wenn die am Satelliten angeordneten Reflektoren dem Satellitenzentrum eindeutig zugeordnet sind. Dies ist z.B. für die neuen Satelliten STARLETTE (1975) und LAGEOS (1976) gewährleistet.

Beide Satelliten sind noch aus einem anderen Grund bemerkenswert: Mit hoher Masse und geringem Durchmesser (z.B. 47,3 kg und 24 cm für STARLETTE) zählen beide zu den sog. Kanonenkugelsatelliten, die auf Grund ihres günstigen Oberfläche-Masse-Verhältnisses vom Atmosphärenwiderstand nur wenig beeinflusst werden.

Wenigstens erwähnt sei hier noch eine andere Möglichkeit, die für eine weitergehende Auflösung des Gravitationsfeldes wünschenswerte Absenkung der Flughöhe mit gleichzeitiger Ausschaltung des Atmosphärenwiderstandes zu erreichen: Bei den sog. „Drag-Free“-Satelliten (vgl. den 1975 gestarteten französischen Satelliten CASTOR) wird der eigentliche Flugkörper durch einen steuerbaren Hüllsatelliten gegenüber Atmosphäre (und Sonnenstrahlung) abgeschirmt, so daß der geschützte Satellit einer ausschließlich durch Gravitationskräfte erzeugten Bahn folgt.

Neben den optischen Richtungs- und Entfernungsmessungen, die optische Sicht erfordern und damit stark wetterabhängig sind, werden auch *Mikrowellengeräte für Richtungs- und Entfernungsmessung* eingesetzt; ein solches Gerät, das in schneller Folge Strecken, Richtungen, Entfernungen und Entfernungänderungen mißt, ist die mobile C-Band-Radaranlage der DFVLR in Oberpfaffenhofen, die übrigens 1975/76 auf der Beobachtungsstation Wettzell eingesetzt war.

Entfernungsänderungen (aus Dopplermessungen):

Ein Satellit S strahlt zur Zeit T ein Signal (UKW-Bereich) der (konstanten) Frequenz f_S aus; am Ort P wird zur Zeit $T + \Delta t$ die Frequenz f_E empfangen. Wegen der Relativgeschwindigkeit \dot{s} des Satelliten ist $f_E \neq f_S$ und es gilt (Doppler-Effekt)

$$(M) \quad f_E = f_S - \frac{f_S}{c} \dot{s},$$

wobei \dot{s} die Relativgeschwindigkeit (Radialgeschwindigkeit) des Satelliten und c die Lichtgeschwindigkeit bedeuten.

Die Frequenzverschiebung

$$(N) \quad \Delta f = f_E - f_S = -\frac{f_S}{c} \dot{s}$$

ist proportional zu \dot{s} . Im Zeitpunkt der größten Annäherung von S an P wird $\dot{s} = 0$ und $\Delta f = 0$. – Die empfangene Frequenz f_E wird im Empfänger mit einer Bezugsfrequenz f_0 (hoher Konstanz) verglichen; die eigentliche Beobachtungsgröße ist das Ergebnis N_1 eines elektronischen Zählers

$$(O) \quad N_{12} = \int_{T_1 + \Delta t_1}^{T_2 + \Delta t_2} (f_0 - f_E) dt;$$

je nach Verfahren wird mit kurzen ($< 1^s$) oder langen Integrationszeiträumen ΔT gearbeitet. Gemäß der (vereinfachten) Beziehung

$$s_2 - s_1 = \frac{c}{f_S} N_{12} - \frac{c}{f_S} (f_0 - f_S) \Delta T \quad (18)$$

kann aus dem Ergebnis $N_{1,2}$ des Zählers und der Zeitdifferenz ΔT die Entfernungsdifferenz $s_2 - s_1$ abgeleitet werden; ähnlich erhält man $s_2 - s_1$ usf. (vgl. z. B. [31], [32]).

Ergänzung: An den Beobachtungen sind *Reduktionen* wegen systematischer Fehler (Zähler, Zeitsystem) und wegen Refraktion (Erfassung der troposphärischen „Refraktion“ durch Modellatmosphäre, z. B. CIRA) anzubringen; für die Erfassung der „Refraktion“ in der Ionosphäre (Höhe $h > 60$ km), die (in erster Näherung) der Frequenz der Trägerwelle umgekehrt proportional ist, sind zwei Senderfrequenzen erforderlich.

Dopplerfrequenzen werden u. a. von den Satelliten GEOS A, GEOS B und von den Transitsatelliten ($f_S = 150/400$ MHz) ausgestrahlt. Der im April 1975 gestartete Satellit GEOS C sendet die Frequenzen 167/324 MHz.

Dopplermessgeräte werden heute als stationäre und mobile Anlagen eingesetzt. – Transportabel sind die Geräte Geoceiver von Magnavox/USA und die Doppler der Firma Canadian Marconi/Kanada.

Höhen (Radar-Altimetrie): Der Satellit GEOS 3 (1975) wurde erstmals mit einer Radar-Flughöhenmessung ausgestattet, die eine Kartographie der Ozeanoberfläche und damit eine (genäherte) Bestimmung des Geoidverlaufes im Bereich der Weltmeere ermöglicht.

Das im Satelliten montierte Gerät sendet Mikrowellenimpulse von etwa 10 ns Dauer aus; aus der Lautzeit der (an der Meeresoberfläche reflektierten) zurückkehrenden Impulse kann die „Höhe“ abgeleitet werden. Auf die Probleme der Reduktion braucht hier nicht näher eingegangen werden.

Ohne auf weitere Einzelheiten einzugehen, sei noch die *Messung von Schweregradienten* angesprochen: Ein rotierendes Gradiometer mit lotrechter Achse liefert wie die Drehwaage von EÖTVÖS die zweiten Ableitungen $W_{22} - W_{11}$, W_{12} des Schwerepotentials W ; werden drei Gradiometer mit zueinander normalen Achsen kombiniert, so erhält man auch $W_{33} - W_{22}$, W_{23} und $W_{11} - W_{33}$, W_{13} , woraus sich mit Hilfe der LAPLACE-Gleichung alle zweiten Ableitungen von W (Schweregradienten) bestimmen lassen.

In der Satellitenbeobachtung zeichnen sich weitere bedeutende Fortschritte ab: Mit Hilfe der sog. Laser-Kurzbasisinterferometrie (CO_2 -Laser im Dauerstrichbetrieb) dürfte in der Richtungsbeobachtung eine dem Fortschritt in der Laserentfernungsmessung vergleichbare Genauigkeitssteigerung erzielt werden. – Bei den Dopplermessungen wird durch Übergang zu höheren Meßfrequenzen eine höhere Genauigkeit erwartet; hoffnungsvoll sind auch die (mit GEOS 3 begonnenen) Dopplermessungen im optischen Bereich. – Besondere Erwartungen richten sich auf die für SPACELAB vorgeschlagenen Experimente (weiterer Ausbau der zwischen GEOS 3 und ATS/6 erstmals in einer sog. Hoch-Niedrig-Version realisierten Satellite-zu-Satellite-Beobachtung) Anfang der achtziger Jahre.

Geodätisch nutzbare Satelliten: Je nach der beabsichtigten Nutzung – Hochziel und/oder Meßkörper im Gravitationsfeld – ergeben sich unterschiedliche Bedingungen hinsichtlich der Bahn (Bahnneigung und Flughöhe) und der instrumentellen Ausstattung. Ohne weitere Details hier noch eine Auswahl geodätisch nutzbarer Satelliten (Tab. 3).

Name	Start-jahr	Lebensdauer bzw. Absturz [Jahre]	Bahn- neigung i [°]	kleinste/größte Erddfernung [km]
Vanguard 2	1959	150	33	559/3320
Vanguard 3	1959	300	33	512/3744
Transit-Sat. (ab 1960): z. B.				
Thor Ablestar	1963	1 000	90	1061/1120
Transit	1966	1 000	90	861/1217
Telstar 1	1962	10 000	45	952/5632
Anna 1B	1962	3 000	50	1077/1182
Explorer 22	1964	2 000	80	889/1081
Explorer 27	1965	3 000	41	943/1314
Explorer 29	1965	50 000	59	1115/2277
Diademe 1	1967	100	40	557/1411
Diademe 2	1967	200	39	591/1881
Explorer 36	1968	10 000	106	1084/1577
Peole	1970	20	15	517/747
Geos 3	1975	200	115	833/849
Starlette	1975	20 000	50	817/1096
Lageos	1976	> 1 Mill.	110	5832/5945

Tab. 3

Wenigstens erwähnt seien noch die Raumsonden wie Ranger, Surveyor, Mariner etc., die für die genaue Bestimmung von k^2M bedeutsam sind.

Nach diesen kurzen Bemerkungen zur Satellitenbeobachtung ist es möglich, einige Modelle für die

3.3 Geodätische Nutzung künstlicher Erdsatelliten

aufzuzeigen; dabei kann aus Zeitgründen nur auf das funktionale Modell eingegangen werden (vgl. z. B. [1], [24]).

Wie schon erwähnt, lassen sich die verschiedenen Möglichkeiten der Nutzung prinzipiell einer geometrischen und einer dynamischen Methode zuordnen. Bei der *geometrischen Methode* werden von terrestrischen Punkten P zu Satelliten S (Hochziel!) Richtungen, Entfernungen, Entfernungsänderungen etc. gemessen. Daraus läßt sich ein *Raumnetz* aufbauen.

Bei der *dynamischen Methode* werden aus den von Beobachtungsstationen P zum Satelliten S gemessenen Richtungen, Entfernungen, Entfernungsänderungen etc. durch Gegenüberstellung einer Bahntheorie und eines Modells für das Gravitationsfeld der Erde die *geozentrischen Koordinaten der Beobachtungsstationen* und die *Parameter des Gravitationsfeldes* bestimmt.

Beiden Methoden ist gemeinsam, daß die Unbekannten aus überbestimmten Gleichungssystemen, d. h. durch Ausgleichung bestimmt werden.

Faßt man die verschiedenen Größen zu Vektoren zusammen,

- \vec{R} : Positionen der Beobachtungsstationen,
- \vec{P} : Parameter des Schwerefeldes,
- $\vec{\alpha}$: Parameter der Satellitenbahn (zeitabhängig),
- \vec{W} : Wechselwirkungsparameter,
- \vec{l} : Beobachtungsgrößen,
- \vec{u} : Unbekannte,

so läßt sich der Zusammenhang zwischen den verschiedenen Größen durch ein allgemeines *funktionales Modell* der Form

$$F(\vec{u}) = F(\vec{R}, \vec{P}, \vec{\alpha}, \vec{W}) = \vec{l} \quad (19)$$

angeben. Mit Hilfe der Näherungen \vec{u}_0 für die Unbekannten und der daraus abgeleiteten Größe \vec{l}_0 gelingt eine Linearisierung von (19), so daß sich in bekannter Weise die *Verbesserungsgleichungen in der Form*

$$\vec{v} = \vec{A} d\vec{u} - (\vec{l} - \vec{l}_0) \quad (20)$$

ergeben, mit

- \vec{v} : Verbesserungen der Beobachtungen,
- $d\vec{u}$: Änderungen (Verbesserungen) der Unbekannten \vec{u}_0 .

Da wie in den meisten geodätischen Modellen Beobachtungen verschiedener Art und unterschiedlicher Genauigkeit zu verarbeiten sind, ist mit Hilfe der Matrix Q_{vv} der Kofaktoren noch ein stochastisches Modell einzuführen. Die Auflösung des überbestimmten Gleichungssystems führt unter Beachtung der *Minimumsbedingung*

$$\vec{v}^T Q_{vv} \vec{v} = \text{Min.} \quad (21)$$

zu einem Normalgleichungssystem, aus dem die Unbekannten mit ihrer Kofaktorenmatrix in der üblichen Weise bestimmt werden können.

Diese allgemeine Formulierung soll durch die weitere Entwicklung zweier typischer Modelle präzisiert werden.

3.3.1 Positionsbestimmung nach der geometrischen Methode

In einem Punkt P_i (eines z.B. weltumspannenden Netzes) seien nach der Position S_j eines Satelliten simultan (oder quasisimultan) Richtung e_{ij} und Entfernung s_{ij} , d. h. der topozentrische Vektor (Abb. 5)

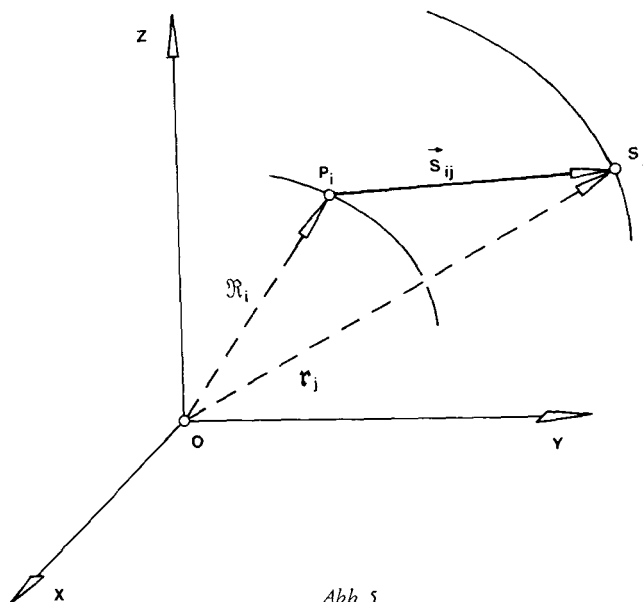


Abb. 5

$$\vec{s}_{ij} = e_{ij} s_{ij}$$

gemessen. Dann läßt sich die *Grundgleichung*

$$\mathbf{R}_i + \vec{s}_{ij} = \mathbf{r}_j \quad (22a)$$

anschreiben. Ist die Richtung e_{ij} durch photographische Beobachtung von Rektaszension α_{ij} und δ_{ij} gegeben, so läßt sich dafür mit

$$(P) \quad \mathbf{R}_i = (X_i, Y_i, Z_i)^T, \quad \mathbf{r}_j = (X_j, Y_j, Z_j)^T$$

und

$$(Q) \quad e_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \delta_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \cos \delta_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ \cos \delta_{ij} \end{pmatrix}$$

auch

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} + s_{ij} \begin{pmatrix} \cos \delta_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \cos \delta_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ \cos \delta_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} \quad (22b)$$

schreiben.

Parameter sind also die Koordinaten von P_i und S_j .

(22) gilt zunächst für das System S_{VT} , bleibt aber auch für ein Datumssystem S_D gültig, wenn z. B. der (in der Ausgleichung festzuhaltende) Ausgangspunkt P_0 in einem Datumssystem S_D gegeben ist. Freilich ergeben sich dann – vgl. auch die Überlegungen in 2.2. – als Ergebnis wieder Datumskordinaten.

Die Richtung e_{ij} gilt für das durch den benützten Sternkatalog festgelegte *astronomische System*. – Wurden z. B. mildere Örter, gültig für einen mittleren Äquator und ein mittleres Äquinoktium der Epoche T_0 verwendet, so sind für den *Übergang ins System* S_{VT} drei Schritte notwendig:

1. Schritt: Die Berücksichtigung der Präzession für den Zeitraum $(T_i - T_0)$ liefert e_{ij} in einem mittleren siderischen System

$$(R) \quad e_{ij}^{m.sid} = P (T_i - T_0) e_{ij}$$

wobei

$$(S) \quad P (T_i - T_0) = R_3 [\omega (T_i - T_0)] R_2 [\nu (T_i - T_0)] R_3 [\alpha (T_i - T_0)]$$

die sog. Präzessionsmatrix, α, ν, ω die Drehwinkel bedeuten.*

2. Schritt: Die Berücksichtigung der Nutation gemäß

$$(T) \quad e_{ij}^{m.sid} = N P e_{ij}$$

liefert die Richtung im wahren siderischen System; dabei ist $N (\Delta\mu, \Delta\nu, \Delta\epsilon)$ die sog. Nutationsmatrix, $\Delta\mu, \Delta\nu, \Delta\epsilon$ bedeuten Nutation in Rektaszension, Deklination und Schiefe.

3. Schritt: Wahres siderisches System und vereinbartes terrestrisches System hängen über die Sternzeit Greenwich Θ_0 und die auf den CIO bezogenen Koordinaten x_p, y_p des Momentanpoles zusammen. Für den Übergang gilt

$$(U) \quad e_{ij}^{VT} = Q e_{ij}^{w.sid}$$

mit

$$(V) \quad Q = R_2 (-x_p) R_1 (-y_p) R_3 (\Theta_0).$$

Zusammengefaßt ergibt dies

$$(W) \quad e_{ij}^{VT} = Q N P e_{ij},$$

so daß der topozentrische Ortsverkehr $P_i S_j$ schließlich lautet

$$\vec{s}_{ij}^{VT} = Q N P s_{ij} \begin{pmatrix} \cos \delta_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \cos \delta_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ \sin \delta_{ij} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Zur weiteren *Entwicklung des Modells* bilden wir aus (22) die Beziehung

$$F_k (r_i, R_i, \vec{s}_{ij}) = r_i - R_i - \vec{s}_{ij} = 0 \quad (24a)$$

mit $k = 1$ bis 3. Zur Linearisierung von (24a) benützt man wie üblich eine TAYLOR-Entwicklung um die Näherungen $r_i^0, R_i^0, \vec{s}_{ij}^0$ gemäß

$$\begin{aligned} F_k (r_i^0 + dr_i, R_i^0 + dR_i, \vec{s}_{ij}^0 + d\vec{s}_{ij}) \\ = F_k (r_i^0, R_i^0, \vec{s}_{ij}^0) + (dr_i \cdot \nabla r_i) F_k + (dR_i \cdot \nabla R_i) F_k \\ + (d\vec{s}_{ij} \cdot \nabla \vec{s}_{ij}) F_k + \dots \end{aligned} \quad (24b)$$

* R_1, R_2, R_3 bedeuten dabei ebenfalls Drehmatrizen; vgl. z. B. [27], S. 41.

mit $k = 1$ bis 3; bricht man nach dem 1. Glied der Reihe ab, so erhält man lineare Gleichungen der Form

$$F_k(r_i^0, R_i^0, \xi_{ij}) + (dr_i \cdot \nabla r_i) F_k + (dR_i \cdot \nabla R_i) F_k + (d\xi_{ij} \cdot \nabla \xi_{ij}) F_k = 0; \quad \text{mit } k = 1 \text{ bis } 3. \quad (24c)$$

Die Indizes bei den Nablaoperationen weisen darauf hin, für welche Koordinaten die Ableitungen der Funktion F_k zu bilden sind.

Da ξ_{ij} durch eine Richtung und eine Entfernung festgelegt ist, wird das Differential $d\xi_{ij}$ in (24c) noch durch die Differentiale $d\alpha_{ij}$, $d\delta_{ij}$ und ds_{ij} ausgedrückt. Mit (W) findet man dafür

$$d\xi_{ij} = QNP R_3(-\alpha_{ij}) R_2(-90^\circ + \delta_{ij}) \begin{pmatrix} s_{ij} d\delta_{ij} \\ -s_{ij} \cos \delta_{ij} d\alpha_{ij} \\ -ds_{ij} \end{pmatrix}. \quad (24d)$$

Faßt man die Korrekturen zu den Satellitenpositionen und zu den Stationskoordinaten zu einem Spaltenvektor X_{ij}

$$X_{ij} = (dX_i, dY_i, dZ_i; dX_j, dY_j, dZ_j)^T \quad (25a)$$

und ebenso die Verbesserungen zu den Beobachtungen in

$$V_{ij} = (s_{ij} d\delta_{ij}, -s_{ij} \cos \delta_{ij} d\alpha_{ij}, -ds_{ij}) \quad (25b)$$

zusammen, so läßt sich für jeden beobachteten topozentrischen Ort eine lineare Bestimmungsgleichung der Form

$$A_{ij} X_{ij} + B_{ij} V_{ij} + W_{ij} = 0 \quad (25c)$$

angeben, wobei sich die Matrizen A_{ij} und B_{ij} (ohne Ableitung) zu

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_i^0}, \frac{\partial F_1}{\partial Y_i^0}, \dots, \frac{\partial F_1}{\partial X_j^0}, \dots, \dots \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_i^0}, \frac{\partial F_2}{\partial Y_i^0}, \dots, \frac{\partial F_2}{\partial X_j^0}, \dots, \dots \\ \frac{\partial F_3}{\partial X_i^0}, \frac{\partial F_3}{\partial Y_i^0}, \dots, \frac{\partial F_3}{\partial X_j^0}, \dots, \dots \end{pmatrix} = (I; -I), \quad (25d)$$

$$B_{ij} = QNP R_3(-\alpha_{ij}) R_2(-90^\circ + \delta_{ij}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (25e)$$

und der Konstantenvektor zu

$$W_{ij} = \begin{pmatrix} X_j^0 - X_i^0 + s_{ij}^X \\ Y_j^0 - Y_i^0 + s_{ij}^Y \\ Z_j^0 - Z_i^0 + s_{ij}^Z \end{pmatrix} \quad (25 f)$$

ergeben. Führt man noch die Gewichtsmatrix P_{ij} ein, so erhält man in bekannter Weise die Normalgleichungen.

Eliminiert man noch die in X enthaltenen Korrekturen zu den Satellitenpositionen, die für das Ergebnis nicht weiter interessieren, so erhält man ein System, das nur noch die Verbesserungen für die geozentrischen Stationskoordinaten enthält.

Damit ist das *allgemeine Modell für den Aufbau eines Raumnetzes aus Richtungs- und Entfernungsmessungen* entwickelt.

Liegen *nur Richtungen* vor, so erhält man die Lösung durch eine entsprechende Modifikation der Gewichtsmatrix P_{ij} .

Liegen *nur Entfernungen* vor, so greift man besser wieder auf Gleichung (24 a) zurück.

Zu erwähnen ist, daß sich in jedem Fall nur eine Lösung ergibt, wenn die geozentrischen (oder Datums-)Koordinaten einer Station festgehalten werden.

Ohne diese Fixierung erhält man ein Polyeder – je nach der Art der Beobachtungen nach Größe und Richtung, Gestalt und Orientierung bzw. nach Größe – ohne Bezug zum Geozentrum bzw. Ursprung der Datumskoordinaten.

3.3.2 Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde und geozentrischer Stationskoordinaten nach der dynamischen Methode

Wir greifen dazu auf die *Grundgleichung*

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{R}_i + \mathbf{s}_{ij} \quad (26 a)$$

zurück und schreiben dafür allgemeiner

$$\mathbf{r}_j^T(t) = \mathbf{r}_j^B(t), \quad (26 b)$$

wobei

$$\mathbf{r}_j^T(t) = \mathbf{r}_j^T(t; \alpha_1 \dots \alpha_6; P_1 \dots P_n) \quad (27 a)$$

den „theoretischen Zustandsvektor“ entsprechend dem Modell für die Bahnbewegung, und

$$\mathbf{r}_j^B(t) = \mathbf{r}_j^B(t; l_1 \dots l_m; R_1 \dots R_p) \quad (27 b)$$

den „beobachteten Zustandsvektor“ entsprechend dem Modell für die Transformation der Beobachtungen $l_1 \dots l_m$ bedeuten.

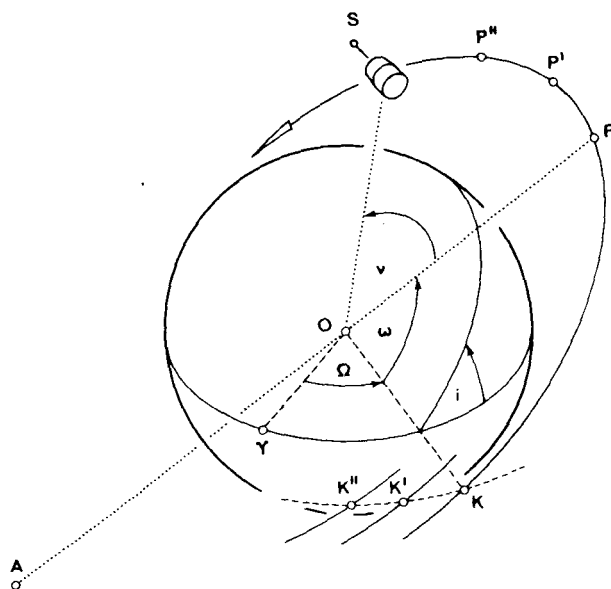


Abb. 6

Da in (27) nicht nur die geozentrischen Positionen $R_1 \dots R_p$ der Beobachtungsstationen (Figurparameter!), sondern auch die Parameter des wirksamen Kraftfeldes $P_1 \dots P_n$ auftreten, stellt (26) wirklich die Grundgleichung der Figur- und Feldparameterbestimmung dar.

Im Grunde ist in (26) auch die sog. „definitive Bahnbestimmung“ enthalten, sofern man sich insbesondere für die zeitabhängigen Bahnparameter $\alpha_1 \dots \alpha_6$ interessiert.

Um die Arbeitsweise der dynamischen Methode noch deutlicher zu machen, soll (26b) noch linearisiert werden, wofür sich mit (27) formal schreiben läßt:

$$\begin{aligned} r_i^T \Big|_{\substack{\vec{\alpha} \rightarrow \vec{\alpha}_0 \\ \vec{P} \rightarrow \vec{P}_0}} &+ (D_2^T r_i^T) d\vec{\alpha} + (D_2^T r_i^T) d\vec{P} \\ &= r_i^B \Big|_{\substack{\vec{l} \rightarrow \vec{l}_0 \\ \vec{R} \rightarrow \vec{R}_0}} + (D_1^T r_i^B) d\vec{l} + (D_R r_i^B) d\vec{R} \end{aligned} \quad (28)$$

mit

$$\begin{aligned} \vec{R} &: R_1 \dots R_p, & \vec{\alpha} &: \alpha_1 \dots \alpha_6, \\ \vec{P} &: P_1 \dots P_n, & \vec{l} &: l_1 \dots l_m. \end{aligned}$$

* Die Wechselwirkungsparameter sind der Einfachheit wegen weggelassen.

Der erste Term auf der linken Seite von (28), also die Größe

$$\mathbf{r}_j^T \begin{vmatrix} \vec{\alpha} \rightarrow \vec{\alpha}_0 \\ \vec{P} \rightarrow \vec{P}_0 \end{vmatrix}$$

ist dabei die unter Verwendung der Näherungen $\vec{\alpha}_0$, \vec{P}_0 berechnete *Referenzbahn*, der erste Term rechts beschreibt die *beobachtete Bahn*.

Die übrigen Terme enthalten die Verbesserungen $d\vec{\alpha}$, $d\vec{P}$, $d\vec{l}$, $d\vec{R}$, deren Koeffizienten jeweils als Produkte der Form $D_z^T \mathbf{r}_j^T$, mit $D_z^T =$ Differentialmatrix usw., dargestellt sind.

Die Auflösung der so entstehenden überbestimmten linearen Gleichungssysteme – jede der zahlreichen, aus unterschiedlichen Bahnbogen stammenden Beobachtungen liefert eine Bestimmungsgleichung – ergibt unter Beachtung der Minimumsbedingung die gesuchten Größen: Bahn- und/oder Figur- und Feldparameter.

Jetzt wird also die *Arbeitsweise der dynamischen Methode* deutlich: Analysiert werden also die Abweichungen der beobachteten Bahn von der in „hinreichender Nähe“ liegenden Referenzbahn; auch die Vor- und Nachteile werden erkennbar: Von Vorteil ist, daß es sich um eine allgemeine Lösung handelt, die geometrische und physikalische Parameter gleichzeitig liefert, und daß praktisch jede Messung, d. h. jede Information zur Lösung beiträgt. Nachteilig ist, daß inhomogene Meßgrößen zu verarbeiten sind, die überdies teilweise erheblich miteinander korreliert sind. Hinzu kommt, daß aus rechentechnischen Gründen nur eine endliche Zahl von Parametern des Schwerefeldes bestimmt werden kann, wodurch Modellfehler entstehen.

Freilich ist gleich anzufügen, daß die Analyse der Bahnkurve nicht beliebig viele Parameter, sondern nur die Grobstruktur (Harmonische niederer Ordnung) liefern kann: Der Einfluß der Massenunregelmäßigkeiten, der sich an der Erdoberfläche u. a. in Schwereanomalien bemerkbar macht, nimmt mit dem Quadrat zur Entfernung ab. Die Feinstruktur (Harmonische höherer Ordnung) muß aus höheren Ableitungen (Gradienten der Schwere etc.) bestimmt werden.

Ohne auf Einzelheiten der teilweise unterschiedlichen Lösungen einzugehen, hier noch einige Bemerkungen zum Modell für das Schwerefeld und zur Theorie der Satellitenbahn. – Im Sinne des eingangs definierten geodätischen Weltsystems können als Parameter $P_1 \dots P_n$ z. B. die Entwicklungskoeffizienten $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$ der Kugelfunktionsentwicklung des Gravitationspotentials benützt werden.

Auf die Schwächen bzw. Mängel dieses Modells wurde bereits hingewiesen; aber auch andere Darstellungen von V wie z. B. durch Darstellung des Potentials einer einfachen Schicht, mittels Punktmassen oder Sampling-Funktionen (vgl. z. B. [4], [12], [22]) zeigen ähnliche Schwierigkeiten.

Ist das Modell für die Erde formuliert – als Figurparameter werden die geozentrischen Stationskoordinaten benützt –, so ist mit Hilfe der Himmelsmechanik noch eine Bahntheorie, also eine explizite Abhängigkeit $\mathbf{r}_j^T(t; \alpha_1 \dots \alpha_6; P_1 \dots P_n$ bzw. $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m})$ aufzustellen. Hier konkurrieren Verfahren der allgemeinen und speziellen Störungsrechnung.

Die Bahn $\mathbf{r}_j^T(t; \vec{\alpha}, \vec{P})$ ist als Lösung eines Bewegungsproblems zu sehen, das mathematisch durch Bewegungsgleichungen und durch Vorgabe von Anfangs- und/oder Randbedingungen beschrieben wird. Auf die in der Himmelsmechanik eingesetzten analytischen und numerischen Verfahren zur Lösung von Anfangs- oder Randwertaufgaben kann hier nicht näher eingegangen werden (vgl. z. B. [10], [23]).

Leitgedanke der Gravitationsfeldbestimmung ist nun, die Akkumulation der zeitlichen Änderungen der Bahnelemente auszunützen. Die Störungsrechnung der Himmelsmechanik lehrt, daß die Abweichungen des terrestrischen Gravitationsfeldes von der Kugelsymmetrie zu zeitlichen Änderungen der Bahnelemente eines Satelliten führt, die säkularer und/oder periodischer Art sein können; in Tab. 4 ist angegeben, welche Potentialkoeffizienten diesen Elementsänderungen gegenüberstehen.

Elementänderung		verursachende Potentialkoeffizienten
Art	Periode	
säkular	—	gerade Zonale: $\bar{C}_{2n,0}$
langperiodisch	Apsidenumlauf	ungerade Zonale: $\bar{C}_{2n+1,0}$
periodisch	≤ 1 Tag bzw. ≤ 1 Umlauf	tesserales und sektorielle $\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$

Tab. 4

Am deutlichsten zeigt sich dies in der Lageänderung von Knoten K und Perigäum P (Abb. 6): Für einen in östlicher Richtung gestarteten Satelliten kommt der Knoten K nach einem Umlauf in die Lage K', nach einem zweiten nach K'' usw., entsprechend das Perigäum P in die Lagen P, P', P'' usw. — In Abb. 6 sind auch die häufig benützten Bahnelemente Ω = Länge des Knotens, ω = Argument des Perigäums, i = Bahnneigung, v = wahre Anomalie, eingetragen.

Kennt man die Elementänderungen, so läßt sich über die Bahntheorie auf die diese Störungen verursachenden Potentialkoeffizienten schließen. — Bedingt durch den unterschiedlichen Störanteil der breiten- bzw. längenabhängigen Potentialterme — dies gilt sowohl hinsichtlich Größe als auch Periode — bietet es sich an, die Bestimmung der zonalen Terme $\bar{C}_{n,0}$ von der Bestimmung der tesseralen und sektoriellen Terme $\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$ voneinander getrennt vorzunehmen.

Für die Bestimmung der geraden zonalen Terme $\bar{C}_{2n,0}$ liefert z.B. die säkulare Knotenbewegung, also die monotone Änderung $\dot{\Omega}_1$ der Knotenlänge eine Bestimmungsgleichung der Form

$$\dot{\Omega}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n}(\bar{a}, \bar{e}, \bar{i}) \bar{C}_{2n,0} \quad (29)$$

mit

$\bar{a}, \bar{e}, \bar{i}$: mittlere Werte für Halbachse, Exzentrizität und Bahnneigung,
 f_{2n} : bekannte Funktionen.

Entsprechende Beziehungen ergeben sich für die ungeraden zonalen Terme. — Da die tesseralen und sektoriellen Anteile kurzperiodische und geringe Änderungen der Bahnelemente verursachen, sind zu deren Bestimmung dicht aufeinanderfolgende und genaue Beobachtungen nach möglichst vielen Satelliten unterschiedlicher Bahnneigung erforderlich. Als Ergebnis erhält man dabei entsprechend der skizzierten Lösung geozentrische Stationskoordinaten, Potentialkoeffizienten und Bahnelemente, weshalb man auch von *Bahnmethode* spricht.

Wenigstens erwähnt sei, daß für die Bestimmung von nichtzonalen Termen höherer Ordnung mit Erfolg auch *Resonanzerscheinungen* ausgenutzt werden: Steht die mittlere Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten in seiner Bahn mit der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation genähert oder streng im Verhältnis einer ganzen Zahl zueinander, so ergibt sich eine resonanzartige Verstärkung von Elementänderungen, die aus Beobachtungen gut nachweisbar ist (vgl. z. B. [19], [20]).

Natürlich sind alle aus Satellitenbeobachtungen abgeleiteten Elementänderungen, wie z. B. $\dot{\Omega}_1$ in (29) von allen nicht vom terrestrischen Gravitationsfeld herrührenden Einflüssen, wie z. B. Atmosphärenwiderstand, Strahlungsdruck von Sonne und Erde (nichtgravitative Kräfte) und von der lunisolaren Anziehung zu befreien.

Hier besteht offenbar eine enge Wechselwirkung zwischen Satellitengeodäsie und Atmosphärenphysik; letztere versucht ja umgekehrt, aus Bahnanalysen empirische Modelle für die Hochatmosphäre zu entwickeln.

Als *Variante der Bahnmethode* ist noch die *getrennte Bestimmung von Position und Satellitenbahn* (bei bekanntem Gravitationsfeld) zu erwähnen: Ist die Satellitenbahn durch ständige Bahnbestimmungen bekannt, so können aus Beobachtungen auf einer Station die geozentrischen Stationskoordinaten hergeleitet werden.

Dieses Prinzip ist beim US Navy Navigation Satellite System (NNSS) benützt. Mit Hilfe von Dopplermessungen werden für die (derzeit) sechs Satelliten (in Polbahnen mit Flughöhen von etwa 1000 km) die Bahnen bestimmt und die Ephemeriden der Satelliten übermittelt und dort gespeichert. Zur Bestimmung der geozentrischen Koordinaten eines Neupunktes werden Dopplermessungen für mehrere Durchgänge verschiedener Satelliten beobachtet. Da jede gemessene Streckendifferenz ein Hyperboloid als geometrischen Ort für die Lage des Neupunktes liefert, sind mindestens drei Messungen bzw. Satellitenpositionen notwendig. Tatsächlich wird aber eine große Anzahl von Messungen verwendet. Während die Bahnbestimmung (bei bekanntem Gravitationsfeld) sehr genau ist, macht sich bei der isolierten Positionsbestimmung die ungünstige Geometrie der Streckendifferenzen bemerkbar.

3.3.3 Kombinierte Verfahren

Wie schon eingangs erwähnt – und bei der Definition des geodätischen Weltsystems aufgezeigt – ist es notwendig und sinnvoll, verschiedene Beobachtungsgruppen bzw. Methoden zu kombinieren.

Dazu lassen sich im wesentlichen zwei Gruppen angeben, die Kombination von geometrischer und dynamischer Methode der Satellitengeodäsie, bzw. deren Kombination mit terrestrischen Beobachtungen.

Die *Kombination der geometrischen und dynamischen Methode der Satellitengeodäsie* bietet die Möglichkeit, die Vorteile beider Methoden zu nutzen und deren Nachteile weitgehend zu vermeiden: Das geometrische System von Koordinaten wird auf das Geozentrum bezogen und gleichzeitig wird die Abhängigkeit zwischen den Parametern des Schwerefeldes verringert.

Die Ergebnisse beider Methoden können entweder durch Addition der Normalgleichungssysteme oder z. B. durch Einführung der aus der geometrischen Methode abgeleiteten Koordinatendifferenzen als zusätzliche Beobachtungen in die Ausgleichung der dynamischen Lösung vereinigt werden.

Typisch für *Kombination von Satellitenbeobachtungen und terrestrischer Beobachtungen* ist die gemeinsame Bestimmung des Erdschwerefeldes aus Satellitenbeobachtungen und Ergebnissen der terrestrischen Gravimetrie. Für eine gemeinsame Ausgleichung können z. B. die gegebenen (mittleren) Schwereanomalien nach (10) in Potentialkoeffizienten $\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$ umgerechnet werden.

Umgekehrt können die aus der Satellitenlösung folgenden Potentialkoeffizienten in Schwereanomalien ausgedrückt werden.

3.4 Ergebnisse

Aus den umfangreichen Arbeiten sollen einige typische Ergebnisse herausgestellt werden. – Nach der *geometrischen Methode* wurde das *Weltnetz des National Geodetic Survey* der USA (früher US-Coast and Geodetic Survey) erstellt. Dabei wurden die räumlichen Koordinaten von 45 über die Erde in Abständen von 4000–4500 km verteilten Stationen aus photographischen nach dem Satelliten PAGEOS beobachteten Richtungen und sechs terrestrischen Maßstabstraversen bestimmt. Der räumliche Lagefehler ergab sich zu $\pm 4,5$ m (vgl. [21]).

An den Beobachtungen des Netzes war übrigens auch das DGFI/Abt. I München beteiligt (Stationen Hohenpeißenberg, Pago-Pago u. a.).

Vom US-Army Map Service wurde mit Hilfe von Entfernungsmessungen (SECOR-Verfahren) ein Streckennetz um den Äquator gemessen; die Lagegenauigkeit der 12 Stationen lag bei ± 6 m.

Von der Ohio State University wurde später aus allen verfügbaren (simultanen) geometrischen Daten ein Weltnetz ausgeglichen.

Zu erwähnen sind auch die geometrischen Lösungen des ISAGEX-Netzes und das Westeuropäische Satellitentriangulationsnetz „WEST“ (vgl. z. B. [6]).

Da es sich in allen Fällen um rein geometrische Längen handelt, können diese Lösungen zwar für den Aufbau eines weltweit einheitlichen Koordinatensystems benutzt werden; für die im geodätischen Welt-system formulierte erste Komponente – Festpunktfeld in geozentrischen Koordinaten – stellen sie nur eine erste Approximation dar. – Die Diskussion über eine etwaige Kombination von terrestrischen Netzen mit Ergebnissen der geometrischen Satellitengeodäsie ist übrigens im vollen Gang (vgl. z. B. [2], [33]).

Nach der oben skizzierten *dynamischen Methode* wurden in den letzten Jahren mehrere *Standarderden* bestimmt, so vom Smithsonian Astrophysical Observatory, vom Goddard Space Flight Center, vom Naval Weapons Laboratory sowie gemeinsam von der Groupe de Recherches de Géodésie Spatiale (GRGS) und vom Sonderforschungsbereich 78 Satellitengeodäsie der TU München (SFB 78), um nur einige zu nennen (vgl. z. B. [5], [7], [15], [30]).

Bestandteile einer solchen Standarderde sind die geozentrischen Koordinaten der benützten Beobachtungsstationen, eine größere Zahl von Potentialkoeffizienten $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$, das daraus abgeleitete Geoid sowie die Dimensionen a, f des zugeordneten mittleren Erdellipsoides.

Als Beispiel sei die von GRGS/SFB 78 abgeleitete Standarderde GRIM/2 kurz vorgestellt: Verarbeitet wurden rund 200 000 Richtungs- und Entfernungsmessungen von 38 Stationen nach 21 Satelliten; in die Lösung miteinbezogen wurden (mittlere) Schwereanomalien für $1^\circ \times 1^\circ$ Kompartimente, es handelt sich also um eine kombinierte Lösung. Bestimmt wurden die Koordinaten der 38 Stationen, zonale Terme bis zum Grad $n = 23$ sowie die tesseralen und sektoriellen Terme bis Grad und Ordnung $n, m = 30$ des Potentialfeldes sowie die große Halbachse des mittleren Erdellipsoides zu $a = 6378\,136,5 \pm 2,7$ m. Das zugehörige Geoid zeigt Abb. 7. Die Ergebnisse sind mittlerweile einer sorgfältigen Überprüfung unterzogen worden.

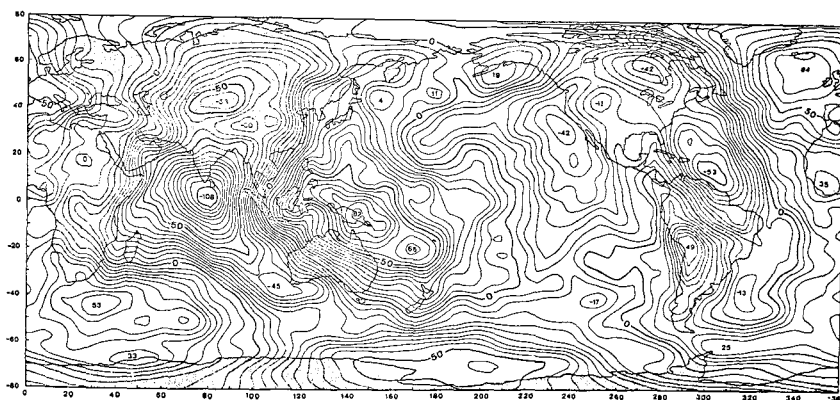
GRGS / SFB 78 – GRIM 2 – GEOIDG. BALMINO, CH. REIGBER, B. MOYNOT (1976)
a = 6378.155 Km; 1/f = 298.255

Abb. 7

Alle genannten Standarderden stellen gute Näherungen für das eingangs definierte geodätische Weltsystem dar. – Für die 4. Komponente, die Parameter für die Transformation von Datumskordinaten, sind die im Rahmen von Standarderden bestimmten geozentrischen Stationskordinaten nicht sonderlich geeignet, einmal von Zahl und Verteilung und zum anderen von den mittleren Fehlern der räumlichen Kordinaten her.

Dafür besser geeignet sind nach der modifizierten Bahnmethode aus Dopplermessungen abgeleitete Positionen speziell dafür ausgewählter Stationen. Wie z.B. die Ergebnisse der ersten europäischen Dopplerbeobachtungskampagne (EDOC I) zeigen, liegen die mittleren Fehler der Stationskordinaten bei etwa ± 1 m (vgl. z. B. [18]).

Eine zweite Kampagne (EDOC II) ist in Vorbereitung. Ähnliche Arbeiten wurden in den USA und in Kanada bereits ausgeführt und werden für die Regionen Australien und Südostasien derzeit vorbereitet. – Man sollte sich aber darüber im klaren sein, daß diese Lösungen nur eine erste Näherung darstellen, die für manche praktische Fragestellung gute Dienste leisten wird. Für eine wissenschaftlich befriedigende Lösung wird man u. a. aufgrund von Laserbeobachtungen abgeleitete genauere geozentrische Stationskordinaten verwenden müssen.

4. Ausblick

Die erreichte und schon jetzt erkennbare Genauigkeitssteigerung in der Satellitenbeobachtung, erwähnt seien nur die Laserentfernungsmeßanlagen der 3. Generation, die genaue Richtungsbestimmung mit Hilfe der sog. Kurzbasis-Laserinterferometrie, die Dopplerbeobachtung im optischen Bereich etc. und neue Satelliten mit neuen Meßverfahren wie Flughöhenmessung, Satellit-zu-Satellit-Beobachtung und Gradiomentrie, werden einen weiteren bedeutenden Beitrag zur Lösung der Erdmessungsaufgaben liefern. Besondere Erwartungen verbinden sich mit dem für 1978 geplanten ameri-

kanischen Satelliten SEASAT-A und mit den für Anfang der achtziger Jahre geplanten Flug-Missionen mit SPACELAB. Die auf etwa 10 cm genaue Flughöhenbestimmung mit SEASAT-A wird eingehende ozeanographische Untersuchungen und die Bestimmung des Geoides im Bereich der Ozeane und dessen zeitliche Änderungen infolge von Gezeiten ermöglichen. – Zu einer detaillierten Bestimmung des Schwerefeldes – und damit auch lokaler Geoidstrukturen – wird die Messung von Entfernung und Entfernungsänderungen von SPACELAB aus zu einem (oder möglicherweise zwei) Subsatelliten beitragen. Erste Studien lassen erwarten, daß die Potentalkoeffizienten $\bar{C}_{n,m}$, $\bar{S}_{n,m}$ über einen Entwicklungsgrad 75 hinaus bestimmt werden können. Für beide Experimente wurden übrigens auch von deutscher Seite Projekte vorgelegt.

Für eine verfeinerte Gravitationsfeldbestimmung wäre es wünschenswert, auch die Gradiometrie weiter auszubauen und weitere tiefliegende, mit sog. „drag-free-Systemen“ ausgestattete Satelliten vorzusehen (vgl. z. B. den französischen Satelliten CASTOR).

All diese Verbesserungen und Neuerungen auf der Beobachtungsseite werfen auf der „Nutzungsseite“ Probleme auf: Einmal sind die Verfahren der Bahnbestimmung und -analyse den neuen Beobachtungsdaten anzupassen; zum anderen wird es aufgrund der höheren Beobachtungsgenauigkeiten notwendig, die bisher benützten Bezugssysteme zu verbessern und möglicherweise ein dynamisches Erdmodell, d. h. zeitabhängige Figur- und Feldparameter der Erde einzuführen.

Noch ein anderes, schon erwähntes Problem ist zu lösen: Die bisher (fast) ausschließlich benützte Darstellung des Gravitationspotentials erfordert eine große Zahl von Termen bzw. Koeffizienten, wenn auch Feinstrukturen erfaßt werden sollen.

Die Erdmessung ist also auf dem besten Weg, auch in der nächsten Zeit den Erkenntnisstand unseres Planeten Erde zu mehren und der Praxis noch bessere Grundlagen für die Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche im Detail bereitzustellen.

Literatur

- [1] ARNOLD, K.: Methoden der Satellitengeodäsie, Akademieverlag Berlin 1970.
- [2] ASHKENAZI, V.: RETrig and after: A European Terrestrial and Doppler Network; Paper, submitted to RETrig Symposium Brussels 1977.
- [3] BADEKAS, J.: Investigation related to the Establishment of a World Geodetic System, Rep. of the Dep. of Geod. Scienc., No. 124, Ohio 1964.
- [4] BALMINO, G.: Contribution a l'Amelioration du Potential Terrestre, GRGS-Bull. No. 12, Jan. 1974.
- [5] BALMINO, G., REIGBER, C., MOYNOT, B.: The GRIM 2 Earth Gravity Field Model, Veröff. der Deutsch. Geod. Komm., Reihe A, Heft Nr. 86, München 1976.
- [6] EHRSCHPERGER, W.: Geometric Adjustment of Western European Satellite Triangulation (Solution 1975), der XVI. Gen. Vers. der IUGG 1975 in Grenoble vorgelegt.
- [7] GAPOSCHKIN, E.M.: 1973 Smithsonian Standard Earth III, SAO – Spec. Rep. No. 353, Cambridge/Mass. 1973.
- [8] GERKE, K.: Geodäsie als Natur- und Ingenieurwissenschaft, Zeitschr. f. Verm.-Wesen, 1972, S. 522–531.
- [9] HEISKANEN, W.A., MORITZ, H.: Physical Geodesy, W.H. Freeman and Co., San Francisco and London 1967.
- [10] ILK, K.H.: Berechnung von Referenzbahnen durch Lösung selbstadjungierter Randwertaufgaben, Veröff. d. Deutsch. Geod. Komm., Reihe C, Heft Nr. 228, München 1977.
- [11] KAULA, W.M.: A Geoid and World Geodetic System based on a Combination of Gravitmetric, Astrogeodetic, and Satellite Data, J. of Geoph. Research, Vol. 66, 1961, S. 1799–1812.
- [12] KOCH, K.R.: Darstellung des Erdschwerefeldes in der Satellitengeodäsie und das Potential einer einfachen Schicht, Zeitschr. f. Verm.-Wesen 1970, S. 173f.
- [13] KUNZ, E.: Die Beziehungen zwischen Sternkoordinaten und gemessenen Bildkoordinaten in Satellitenaufnahmen, Zeitschr. f. Verm.-Wesen 1965, S. 399–403.
- [14] LAMBECK, K.: The Relation of some geodetic Datums to a global geocentric Reference System, Bull. Geod., No. 99, 1971.
- [15] LERCH, F.J., WAGNER, C.A. et al.: Gravitational Field Models for the Earth (GEM 1 and 2, GEM 3 and 4), Techn. Report of the Goddard Space Flight Center, Greenbelt/Maryland 1972.
- [16] MAREK, G.: Zur Reduktion von Laserentfernungsmessungen nach künstlichen Erdsatelliten, Vermessungstechnik 1975, S. 52–60.
- [17] NOTTARP, K., SCHNEIDER, M., SEEGER, H., SIGL, R., WILSON, P., WOLF, E.: The Achievements to Date at the Satellite Observation Station in Wertzell/Bayer. Wald, presented to the XVI. General Assembly, Grenoble, Aug. 1975.
- [18] NOUEL, F., PIUZZI, M.: Results of the EDOC-Experiment (Paper), 1976.
- [19] REIGBER, C., BALMINO, G.: Even and Odd Degree 13th Order Harmonics from Analysis of Stable Near Resonant Satellite Orbits, GRGS-Bull., No. 16, 1975.
- [20] REIGBER, C., BALMINO, G.: 14th Order Harmonics from Analysis of Mean Longitude Variations of Resonant Satellites, paper presented to the XIXth COSPAR Meeting, Philadelphia, 1976.
- [21] SCHMID, H.H.: Three-Dimensional Triangulation with Satellites, NOAA Professional Paper 7, Rockville, Md. Oct. 1974.
- [22] SCHMIDT, F.: Untersuchungen zur Anwendung der Sampling-Funktionen in der Geodäsie, Diss. (in Vorb.).

- [23] SCHNEIDER, M.: Theorie der Satellitenbahnen I–IV, Forschungsberichte des Bundesmin. f. Bildung und Wissenschaft, W 70–68/1970, W 71–05/1971, W 71–36/1971, Mitt. d. Inst. f. Astr. u. Physik. Geodäsie der TUM, Nr. 115, 1974.
- [24] SIGL, R., GROTEN, E.: Dynamische Satellitengeodäsie. – Ein Überblick. Veröff. der Deutsch. Geod. Komm. Reihe A Nr. 39 I/II, München 1966/1969.
- [25] SIGL, R.: Geodäsie in Wissenschaft und Praxis, Zeitschr. f. Verm.-Wesen 1969, S. 469–481.
- [26] SIGL, R., REINHART, E.: Investigations on the Accuracy of Transforming the European Datum 1950 into a Global Reference System by Means of the Minimax-Error Methode, Veröff. d. Deutsch. Geod. Komm., Reihe B, Heft 213, 1975, S. 95–109.
- [27] SIGL, R.: Geodätische Astronomie, Wichmann Verlag, Karlsruhe 1975.
- [28] TORGE, W.: Der heutige Stand in der Bestimmung der Erdfigur. Zeitschr. f. Verm.-Wesen 1973, S. 229–236.
- [29] UOTILA, U. A.: Harmonic Analysis of World-Wide Gravity Material, Publ. Isost. Inst. IAG, No. 33, Helsinki 1962.
- [30] WAGNER, C. A., LERCH, F. J., BROWND, J. E., RICHARDSON, J. A.: Improvement in the Geopotential derived from Satellit and Surface Data (GEM 7 and GEM 8), Goddard Space Flight Center, X-921-76-20, Greenbelt, Maryland, 1976.
- [31] WALLENHAUER, A.: Über die Anwendung der Verfahren zur Integration der Doppler-Frequenzverdichtung von Signalen künstlicher erdnahe Satelliten für die geodätische Ortsbestimmung, Veröff. der Deutsch. Geod. Komm., Reihe C Heft Nr. 161, München 1971.
- [32] WILSON, P.: Zum Prinzip von Dopplermessungen im Navy Navigation Satellite System. Veröff. d. Bayer. Komm. f. d. Intern. Erdm., Astron. geod. Arbeiten, Heft Nr. 33, 1975, S. 90–101.
- [33] WOLF, H.: Pro and Con's of the RETrig's Fusion with Geodetic Satellite Systems, Paper, submitted to the RETrig Symposium Brussels 1977.